

Sveučilište u Zagrebu
Filozofski fakultet
Odsjek za psihologiju

**USPOREDBA USPJEŠNOSTI DJEČJEG RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH
MATEMATIČKIH ZADATAKA U DVije VREMENSKE TOČKE ISTRAŽIVANJA**

Diplomski rad

Marija Krznarić

Mentorica: dr.sc. Vesna Vlahović Štetić

Zagreb, 2006.

Sadržaj

1. UVOD.....	1
Vrste problemskih matematičkih zadataka.....	1
Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka.....	3
Modeli rješavanja problemskih matematičkih zadataka.....	3
2. PROBLEMI I HIPOTEZE.....	6
3. METODOLOGIJA.....	8
Varijable.....	8
Sudionici.....	9
Postupak.....	9
4. REZULTATI.....	12
Provjera utjecaja spola na uradak u problemskim matematičkim zadacima.....	12
Središnje vrijednosti i raspršenja rezultata po zadacima.....	12
Provjera utjecaja vremenske točke istraživanja, vrste zadatka i situacijskog konteksta na uradak u problemskim matematičkim zadacima.....	13
5. RASPRAVA.....	17
Dječji uradak u problemskim matematičkim zadacima.....	17
Uradak djece u dvije vremenske točke istraživanja.....	18
Uradak u problemskim zadacima različite vrste.....	18
Uradak u problemskim zadacima različitog situacijskog konteksta.....	19
Interakcija vremenske točke istraživanja i situacijskog konteksta zadatka.....	21
6. ZAKLJUČAK.....	22
7. LITERATURA.....	23

Naslov: Usporedba uspješnosti rješavanja problemskih matematičkih zadataka u dvije vremenske točke istraživanja

Sažetak: Prema Reusserovom Situacija-Problem-Rješavač (SPR) modelu jasniji situacijski kontekst problemskih zadataka poboljšava uspjeh u njihovu rješavanju. Postoje tri vrste problemskih matematičkih zadataka: zadaci promjene, zadaci kombiniranja i zadaci usporedbe. Cilj našeg istraživanja je bio usporediti uspješnost djece u rješavanju problemskih matematičkih zadataka u dvije vremenske točke, a u funkciji razvoja djece, vrste zadatka i konteksta. Također je provjereno postojanje zajedničkog utjecaja navedenih činitelja. U istraživanju je sudjelovalo 69 učenika osnovnih škola koji su u prvoj vremenskoj točki istraživanja, 2004. godine, bili učenici 1. razreda, a u drugoj vremenskoj točki istraživanja, godinu dana kasnije, učenici 2. razreda. Eksperimentatorice su bile studentice viših godina Filozofskog fakulteta u Zagrebu, Odsjeka za psihologiju, koje su bile posebno educirane za provedbu ispitivanja. Korištene su dvije vrste problemskih matematičkih zadataka: zadaci promjene i zadaci usporedbe. Djeca su u svakoj vremenskoj točki istraživanja ispitana dva puta, jednom zadacima s neutralnim kontekstom i jednom zadacima sa smislenijim kontekstom. Provedena je analiza varijance za zavisne rezultate. Značajni su se pokazali glavni efekti razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja i vrste zadatka, te interakcija razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja i konteksta. Tako se uradak učenika u problemskim matematičkim zadacima prilikom ispitivanja 2005. godine pokazao značajno boljim od njihova uratka prilikom ispitivanja godinu dana ranije. Uradak u zadacima promjene je bio značajno bolji od uratka u zadacima usporedbe. Analiza rezultata je također pokazala da je u ispitivanju 2004. godine uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom bio bolji, dok u ispitivanju godinu dana kasnije nije pronađena razlika u uratku ovisno o kontekstu zadatka. Možemo reći da smo ovim istraživanjem djelomično potvrdili Reusserovu temeljnju pretpostavku, budući da smo razliku u uratku s obzirom na kontekst u zadatku dobili u prvoj vremenskoj točki istraživanja, dok u drugoj vremenskoj točki istraživanja takva razlika nije dobivena.

Ključne riječi: problemski matematički zadaci, kontekst, Reusserov SPR model

Title: Comparison of efficiency in childrens' mathematical word problems solving at two time points

Abstract: In his Situation Problem Solver (SPR) model Reusser emphasizes that clearer situational context in word problems improves their solving. There are three categories of mathematical word problems: change, combine and compare. The aim of this research is to compare the efficiency in mathematical word problems solving measured in 2004 with the efficiency in mathematical word problems solving measured in 2005, as a function of child development, problem type and situational context of the problem. Interaction of these factors is also considered. 69 elementary school students participated in the study. At the first time point, in 2004, they were first grade students, and at the second time point, a year later, they were second grade students. Testing was conducted by specially trained senior psychology students. Two categories of word problems were used: change problems and compare problems. At every time point, children were tested twice, one time with neutral context problems, and the other time with familiar context problems. Repeated measures analysis of variance was performed. The main effect of child development at two time points and problem type were significant, as well as the interaction of child development at two time points and situational context. The results indicate that children's performance on word problems measured in 2005 was better than their performance measured in 2004. Performance on the change problems was better than performance on compare problems. Analyses also show that children's performance measured in 2004 was better on the problems with familiar context than their performance on the problems with neutral context and that their performance measured in 2005 did not differ in regard to situational context. These results partly confirm Reusser's essential hypothesis because including additional sense to the problem text has improved performance at first time point, but not at second time point.

Keywords: mathematical word problems, context, Reusser's Situacion Problem Solver (SPR) model

Uvod

Problemski matematički zadaci su zadaci zadani riječima u kojima je potrebno razumijeti zadatak i riješiti neki problem (Vizek Vidović, Rijavec, Vlahović Štetić, i Miljković, 2003). Njihova svrha u školstvu je da povezuju stvarni život i matematiku, da motiviraju djecu i da učine učenje matematike lakšim (Vlahović Štetić, Rovan i Mendek, 2004). Oni samo naizgled ispunjavaju tu svoju svrhu. Carpenter i suradnici (1980; prema Vlahović Štetić, 1996) su pokazali kako je dječji uradak u problemskim zadacima 10 do 30% lošiji od uratka u odgovarajućim brojčanim zadacima. Istraživanje Cummins i suradnika (1988; prema Vlahović Štetić, 1996) je pokazalo da je uradak u nekim problemskim zadacima i do tri puta lošiji od uratka u jednakim brojčanim zadacima. Zbog tih razloga, sve se više istraživača bavi dječjim rješavanjem problemskih matematičkih zadataka.

Problemske matematičke zadatake mogu rješavati već djeca predškolske dobi (Riley, Greeno i Heller, 1983), iako su im oni teški. Međutim, oni su teški djeci svih uzrasta. Neki autori (Boulton-Lewis i Tait, 1994; Verschaffel, De Corte, Lasure, Van Vaerenbergh, Bogaerts i Ratincky, 1999; prema Vlahović Štetić i sur., 2004) smatraju da je uzrok poteškoća u rješavanju tih zadataka preveliki naglasak na poučavanje djece apstraktnim i proceduralnim znanjima u školama, što dovodi do toga da dijete brzopleto rješava zadatak ne obraćajući pažnju na njegovu strukturu. Tako 76 od 97 učenika prvog i drugog razreda na zadatak: "Na brodu je 26 ovaca i 10 koza. Koliko je star kapetan?" odgovara zbrajajući zadane brojeve (Schoenfeld, 1991; prema Vizek Vidović i sur., 2003). Naravno da postoji još uzroka poteškoćama u rješavanju problemskih matematičkih zadataka koji se odnose na karakteristike zadataka. U svrhu razumijevanja i istraživanja tih uzroka bitno je klasificirati problemske zadatake.

Vrste problemskih matematičkih zadataka

Svi problemski zadaci opisuju neke količine i veze među njima. U svakom zadataku dane su tri informacije; od toga su dvije poznate, odnosno poznata je njihova brojčana vrijednost, a jedna je nepoznata i potrebno ju je izračunati.

Klasifikacija problemskih matematičkih zadataka u području zbrajanja i oduzimanja, koja je danas prihvaćena kao standard, jest klasifikacija koju su sastavili Riley i sur. (1983), a zatim povećanjem broja zadataka obogatili Riley i Greeno (1988).

Dva su kriterija klasifikacije problemskih matematičkih zadataka. Prvi je semantički odnos koji se odnosi na konceptualno znanje o povećanju, smanjenju, kombiniranju i usporedbi količina definiranih u zadatku. Na osnovu ovog kriterija razlikujemo tri vrste

zadataka: zadatke promjene, zadatke kombiniranja i zadatke usporedbe. Unutar ove tri glavne skupine problemskih zadataka postoje dodatne podjele s obzirom na položaj nepoznate količine. Dakle, položaj nepoznate količine čini drugi kriterij klasifikacije. U Tablici 1 se nalaze primjeri svih 18 vrsta zadatka (Vlahović Štetić, 1996).

Tablica 1

Klasifikacija problemskih matematičkih zadataka zbrajanja i oduzimanja
(prema Vlahović Štetić, 1996).

Vrsta zadatka	Primjer zadatka	Nepoznata količina	Smjer promjene
Kombiniranje			
K1	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju zajedno?	nadskup	-
K2	Ivan i Tomislav imaju nekoliko pikula. Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju zajedno?	nadskup	-
K3	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima nekoliko pikula. Oni imaju zajedno 8 pikula. Koliko pikula ima Tomislav?	podskup	-
K4	Ivan ima nekoliko pikula. Tomislav ima 5 pikula. Oni imaju zajedno 8 pikula. Koliko pikula ima Ivan?	podskup	-
K5	Ivan i Tomislav imaju zajedno 8 pikula. Ivan ima 3 pikule. Koliko pikula ima Tomislav?	podskup	-
K6	Ivan i Tomislav imaju zajedno 8 pikula. Ivan ima nekoliko pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan?	podskup	-
Promjena			
P1	Ivan je imao 3 pikule. Onda mu je Tomislav dao 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan sada?	završni skup	uvećanje
P2	Ivan je imao 8 pikula. Onda mu je dao Tomislav 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan sada?	završni skup	umanjenje
P3	Ivan je imao 3 pikule. Onda mu je Tomislav dao nekoliko pikula. Sada Ivan ima 8 pikula. Koliko mu je pikula dao Tomislav?	mijenjajući skup	uvećanje
P4	Ivan je imao 8 pikula. Onda je dao nekoliko pikula Tomislavu. Sada Ivan ima 3 pikule. Koliko je pikula dao Tomislavu?	mijenjajući skup	umanjenje
P5	Ivan je imao nekoliko pikula. Onda mu je Tomislav dao 5 pikula. Sada Ivan ima 8 pikula. Koliko je pikula Ivan imao u početku?	početni skup	uvećanje
P6	Ivan je imao nekoliko pikula. Onda je dao 5 pikula Tomislavu. Sad Ivan ima 3 pikule. Koliko je pikula Ivan imao u početku?	početni skup	umanjenje
Usporedba			
U1	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula više ima Ivan od Tomislava?	razlika skupova	više
U2	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula manje ima Tomislav od Ivana?	razlika skupova	manje
U3	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula više od Ivana. Koliko pikula ima Tomislav?	uspoređeni skup	više
U4	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula manje od Ivana. Koliko pikula ima Tomislav?	uspoređeni skup	manje
U5	Ivan ima 8 pikula. On ima 5 pikula više od Tomislava. Koliko pikula ima Tomislav?	referentni skup	više
U6	Ivan ima 3 pikule. On ima 5 pikula manje od Tomislava. Koliko pikula ima Tomislav?	referentni skup	manje

Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka

Istraživanja su pokazala da su zadaci usporedbe najteži problemski zadaci, dok su za zadatke kombiniranja i zadatke promjene rezultati istraživanja nejednoznačni. Neka istraživanja pokazuju da su zadaci promjene i zadaci kombiniranja podjednako teški (Carpenter, Hiebert i Moser, 1981; prema Riley i Greeno, 1988), druga pokazuju da su zadaci kombiniranja teži od zadataka promjene za djecu predškolske dobi i prvog razreda (Nesher i Katriel, 1978; prema Vlahović Štetić, 1996), dok treća pak navode da su zadaci promjene teži od zadataka kombiniranja (Rathmell, 1986; prema Vlahović Štetić, 1996).

Riley i Greeno (1988) su proveli istraživanje o uspješnosti rješavanja svih 18 problemskih zadataka. Sudionici su bili djeca predškolskog uzrasta i učenici prvog, drugog i trećeg razreda osnovne škole. Dobiveno je da su na svim uzrastima najlakši zadaci promjene (prosječna proporcija točno riješenih zadataka je 0.79), da su zadaci kombiniranja teži na svim uzrastima (prosječna proporcija točno riješenih zadataka je 0.75), dok su zadaci usporedbe najteži (prosječna proporcija točno riješenih zadataka je 0.67).

U istraživanju Vlahović Štetić (1996) je, između ostalog, ispitana i uspješnost dječjeg rješavanja problemskih zadataka s obzirom na vrstu zadatka. Sudjelovalo je 65 učenika prvog razreda osnovne škole. Dobiveno je da su zadaci usporedbe značajno teži od zadataka kombiniranja, dok su zadaci promjene po težini između te dvije vrste i ne razlikuju se značajno od njih.

Nameće se pitanje zašto se javljaju razlike u dječjem uratku u problemskim matematičkim zadacima različite vrste. Na to pitanje postoji više različitih odgovora, ovisno o teorijskom modelu. Smatramo da Reusserov lingvistički model najadekvatnije odgovara na to pitanje.

Modeli rješavanja problemskih matematičkih zadataka

Svi modeli polaze od činjenice da se dječji uradak u rješavanju problemskih matematičkih zadataka poboljšava tijekom kognitivnog razvoja. Većina modela koji objašnjavaju rješavanje tih zadataka polazi od Piagetove teorije kognitivnog razvoja.

Ono što razlikuje modele su njihove prepostavke o tome što je presudno za uspješno rješavanje problemskih matematičkih zadataka. Matematičko-logički modeli smatraju da su to konceptualna matematička znanja, dok lingvistički modeli smatraju da je to razumijevanje teksta zadatka.

Ovim istraživanjem se provjeravaju postavke jednog od lingvističkih modela, Reusserovog modela ili, kako ga on još naziva, Situacija – Problem – Rješavač (SPR model).

Osnovna pretpostavka tog modela je da je za uspješno rješavanje problemskih matematičkih zadataka presudno razumijevanje teksta tog zadatka. Dok ostali lingvistički modeli pretpostavljaju direktni skok s teksta zadatka na matematički model rješenja, Reusserov model naglašava važnost razumijevanja situacijskog konteksta zadatka. Reusser smatra da je za uspješno rješavanje problemskih matematičkih zadataka potrebna interakcija lingvističkog znanja, poznavanja situacija mogućih u stvarnom svijetu i matematičkog znanja.

Model se sastoji od pet makrostrategija ili razina reprezentacije problema: razumijevanja teksta, razumijevanja situacije, matematizacije, računanja i tumačenja odgovora. Ovisno o vještini rješavača, proces rješavanja problemskog zadatka može varirati u broju i kvaliteti razina razumijevanja, odnosno makrostrategija koje se koriste tijekom rješavanja zadatka. Stručnjaku je dovoljno nekoliko koraka do rješenja zadatka, a početnik mora proći kroz sve makrostrategije. Osnovna pretpostavka modela je da jasniji situacijski kontekst zadatka olakšava stvaranje situacijskog modela problema a time i poboljšava uradak u zadacima.

Mnoga su istraživanja poduprila tu pretpostavku (Anand i Ross, 1987; Davis-Dorsey, Ross i Morrison, 1991; Moreau i Coquin-Viennot, 2003; Reusser, 1989; Vlahović Štetić i sur., 2004).

Reusser (1989) je i sam provodio istraživanja kojima je provjeravao svoj model. Manipulirao je različitim aspektima teksta zadatka, kao što su: poredak kojim se spominju pojedini elementi u problemskom zadatku, stupanj elaboracije teksta u zadatku, postojanje ili nepostojanje pitanja u zadatku, te uvođenje djelatnog lika u zadatku kao glavnog ili sporednog. Rezultati su potvrđili njegovu hipotezu da jasniji tekst problemskog zadatka omogućuje bolju reprezentaciju situacijskog modela problema, a time poboljšava uradak u rješavanju tih zadataka. Također je proveo istraživanje na studentima ($N=76$) u kojem je, između ostalog, ispitivao utjecaj situacijskog konteksta u problemskim zadacima. Kontekst zadataka je bio operacionaliziran kao povezanost, odnosno nepovezanost likova u pojedinom zadatku. U jednoj varijanti zadataka su likovi bili međusobno povezani (npr. Silvia i učiteljica), a u drugoj varijanti nisu bili povezani, imenovana su oba lika (npr. Silvia i Hans). Vrijeme odgovaranja na zadatke u kojima su likovi bili međusobno povezani je bilo značajno kraće od vremena odgovaranja na zadatke u kojima likovi nisu bili međusobno povezni. Autor smatra da međusobna povezanost likova doprinosi konstruiranju situacijskog modela zadatka.

Vlahović Štetić i sur. (2004) su provele istraživanje na djeci predškolske dobi ($N=67$), učenicima 1. razreda ($N=79$) i učenicima 2. razreda ($N=85$), a cilj im je bio provjeriti uspješnost sudionika u rješavanju problemskih matematičkih zadataka u funkciji: dobi, vrste

problematskih zadataka (korišteni su zadaci promjene i zadaci usporedbe) i situacijskog konteksta problematskih zadataka (korišteni su zadaci s neutralnim i smislenijim kontekstom). Kontekst zadataka je operacionaliziran tako što su likovi u zadacima s neutralnim kontekstom samo imenovani, a u zadacima sa smislenijim kontekstom je dodana početna rečenica koja daje situacijski okvir zadatku, jedan od likova je imenovan, a drugi nije imenovan, već je definiran svojim odnosom prema prvome liku (npr. mama, starija sestra, najbolja prijateljica,...). Potvrđene su postavke Reusserovog modela, odnosno, uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom je bio značajno bolji od uratka u zadacima s neutralnim kontekstom i uradak u zadacima promjene je bio značajno bolji od uratka u zadacima usporedbe.

Ovim istraživanjem se također žele provjeriti neke postavke Reusserova SPR modela. Usporedili smo dječji uradak u problematskim matematičkim zadacima dobiven u dvije vremenske točke. Podaci prikupljeni 2005. godine biti će, u ovom radu, uspoređivani s podacima prikupljenim 2004. godine, koji su pak obrađeni u diplomskom radu Željke Mendek (Mendek, 2004).

Problemi i hipoteze

Na temelju postavki SPR modela i brojnih empirijskih nalaza željeli smo:

1. Usporediti uspješnost djece u rješavanju problemskih matematičkih zadataka u funkciji:

- a) razvoja u dvije vremenske točke istraživanja
- b) vrste zadatka
- c) konteksta zadatka
- d) zajedničkog utjecaja navedenih činitelja

Hipoteze

a) *Dječji uradak će biti bolji u drugoj vremenskoj točki istraživanja.*

Ova hipoteza je u skladu s dosadašnjim istraživanjima (Mendek, 2004; Riley i Greeno, 1988; Vlahović Štetić i sur., 2004), te Piagetovom teorijom kognitivnog razvoja djece.

b) *Dječji uradak u zadacima promjene će biti bolji od uratka u zadacima usporedbe.*

Nalaze o uspješnijem rješavanju zadataka promjene nalazimo i u drugim istraživanjima (Riley i Greeno, 1988; Vlahović Štetić, 1996; Vlahović Štetić, Kišak i Vizek Vidović, 2000).

c) *Dječji uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom će biti bolji od uratka u zadacima s neutralnim kontekstom.*

Hipoteza je postavljena na temelju istraživanja koja potvrđuju postavke SPR modela (Reusser, 1989; Stern i Lehrndorfer, 1992; prema Vlahović Štetić, 1996).

d) *Očekujemo da će se uradak u drugoj vremenskoj točki istraživanja više poboljšati kod zadataka promjene, nego kod zadataka usporedbe.*

Očekujemo da će se uradak u drugoj vremenskoj točki istraživanja više poboljšati u zadacima sa smislenijim kontekstom, nego kod zadataka s neutralnim kontekstom.

Hipotezu o zajedničkom utjecaju vremenske točke istraživanja i vrste zadatka postavili smo na temelju istraživanja Mendek (2004) u kojem je dobivena značajna interakcija dobi i vrste zadataka, tj. kod predškolaca nije dobivena razlika u uratku u zadacima s obzirom na vrstu zadataka, dok su učenici 1. razreda postigli značajno bolji uradak u zadacima promjene, nego u zadacima usporedbe. U istraživanju Vlahović Štetić i sur. (2004) također je dobivena značajna interakcija dobi i vrste problemskog zadatka. Dobiveno je da se uradak predškolaca nije razlikovao s obzirom na vrstu problemskog zadatka, dok je uradak učenika 1. i 2. razreda bio značajno bolji u zadacima promjene, nego u zadacima usporedbe. Hipotezu o zajedničkom

utjecaju vremenske točke istraživanja i konteksta zadatka temeljimo na rezultatima istraživanju Mendek (2004) gdje je dobivena značajna interakcija dobi i situacijskog konteksta, tj. kod predškolaca nije dobivena razlika u uratku u zadacima s obzirom na situacijski kontekst zadatka, dok su učenici 1. razreda postigli značajno bolji uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom.

Metodologija

U istraživanju je primijenjen nacrt $2 \times 2 \times 2$ (razvoj djece u 2 vremenske točke istraživanja x 2 vrste problemskih zadataka x 2 razine situacijskog konteksta u zadatku).

Varijable

Razvoj djece u dvije vremenske točke istraživanja – ispitivanje je provedeno u dva navrata: krajem travnja i početkom svibnja 2004. godine, te u isto to vrijeme godinu dana kasnije, dakle 2005. godine.

Vrsta zadatka – prilikom ispitivanja su korištene dvije vrste problemskih zadataka: zadaci promjene i zadaci usporedbe. Upotrijebljeno je osam zadataka promjene, od toga četiri zadatka P3 i četiri zadatka P6, te osam zadataka usporedbe, od toga četiri zadatka U3 i četiri zadatka U5.

Situacijski kontekst u zadatku – u ispitivanju su korištena dva situacijska konteksta zadatka: neutralni i smisleniji. Konstrukcija rečenica i radnja u zadatku su identične i u neutralnom i smislenijem kontekstu.

U zadacima s neutralnim kontekstom imenovana su dva lika, a među njima se događa neka radnja ili se međusobno uspoređuju.

Zadatak s neutralnom kontekstu glasi npr.:

"Luka je imao šest sličica.

Onda mu je Josip dao nekoliko sličica.

Sada Luka ima devet sličica.

Koliko je sličica Luki dao Josip?"

Zadaci sa smislenijim kontekstom počinju uvodnom rečenicom koja daje situacijski okvir zadatku (npr. Ana se najviše voli igrati lutkama; Luka sakuplja sličice). Jedan lik je imenovan, a drugi je definiran svojim odnosom prema njemu (npr. mama, starija sestra, najbolja prijateljica,...).

Zadatak sa smislenijim kontekstom glasi:

"Luka sakuplja sličice.

Luka je imao šest sličica.

Onda mu je prijatelj dao nekoliko sličica.

Sada Luka ima devet sličica.

Koliko je sličica Luki dao prijatelj?"

Dječji uradak u problemskim matematičkim zadacima – za točan odgovor na postavljeni zadatak dijete dobiva 1 bod, a za netočan odgovor 0 bodova.

Sudionici

U istraživanju su sudjelovala djeca prvih razreda dviju zagrebačkih osnovnih škola. U prvoj vremenskoj točki istraživanja, 2004. godine je sudjelovalo 52 učenika Osnovne škole Ivana Meštrovića i 39 učenika Osnovne škole Gustava Krkleca. U drugoj vremenskoj točki istraživanja, 2005. godine sudjelovalo je 49 učenika sada drugih razreda Osnovne škole Ivana Meštrovića i 36 učenika Osnovne škole Gustava Krkleca. Iz obrade su izostavljeni rezultati djece koji nisu bili potpuni, te rezultati djece koja nisu bila ispitana u obje vremenske točke istraživanja, dakle, 2004. i 2005. godine.

Uzorak tako čini 69 sudionika.

Eksperimentatorice su bile studentice viših godina Filozofskog fakulteta u Zagrebu, Odsjeka za psihologiju, koje su bile posebno educirane za provedbu ispitivanja.

Postupak

Prilikom ispitivanja su bili korišteni: protokoli sa zadacima, listovi za upisivanje dječijih odgovora, te diktafoni kojima je snimano ispitivanje pojedinog djeteta.

Svaki protokol sa zadacima je sadržavao 16 problemskih zadataka (8 zadataka promjene i 8 zadataka usporedbe), te jedan zadatak kombiniranja (K1) koji je korišten kao primjer. Prilikom odgovaranja na problemske zadatke bilo je potrebno koristiti računske operacije zbrajanja ili oduzimanja brojeva od 2 do 9, a rezultat se također nalazio unutar tog intervala. Pritom rezultat nikad nije mogao biti broj koji je korišten u zadatku (npr. nema kombinacije $6 - 3 = 3$).

Postojala su dva različita situacijska konteksta zadataka. Tako je postojala verzija protokola sa zadacima koju čine zadaci s neutralnim kontekstom i verzija protokola koju čine zadaci sa smislenijim kontekstom.

Načinjene su i dvije verzije svakog zadatka koje se razlikuju samo u veličini korištenih brojeva. Prema tome, postoji A verzija protokola sa zadacima i B verzija protokola sa zadacima. Svrha ovog razlikovanja zadataka je da se izbjegne mogućnost da na uspješnost rješavanja djeluje težina računa u pojedinom zadatku.

Osim toga, postojale su još tri verzije protokola sa zadacima koje se razlikuju s obzirom na redoslijed zadataka, koji je određivan po slučaju. Prema tome, postoje verzije 1, 2

i 3. Svrha ovog razlikovanja zadatka je da se izbjegne mogućnost da na uspješnost rješavanja djeluje redoslijed kojim su zadaci postavljeni.

Dakle, postoji 12 različitih protokola s problemskim zadacima (dvije verzije protokola s obzirom na veličinu korištenih brojeva – A i B, tri verzije protokola s obzirom na redoslijed zadatka – 1, 2 i 3 i dvije verzije protokola s obzirom na kontekst- neutralni i smisleniji).

Djeca su ispitivana individualno, za vrijeme nastave. Postupak ispitivanja je bio isti u obje vremenske točke. Ispitivanje je trajalo od 10 do 20 minuta. Eksperimentatorice su dolazile u razred po dijete, odvele ga u prostoriju predviđenu za ispitivanje, predstavile se, upisale u list za odgovore ime i prezime djeteta, njegovu dob, razred i ime škole, te svoje ime i prezime, datum i šifru protokola, te počele s ispitivanjem. Na početku je svoj djeci pročitana ista uputa:

"Ovim ispitivanjem želimo otkriti kako djeca rješavaju neke matematičke zadatke.

Zato ćemo i tebe zamoliti da nam u tome pomogneš. Hoćeš li? Sada ćeš riješiti nekoliko zadatka. Ja ёu ti svaki zadatak pročitati. Ako ti nešto ne bude jasno, možeš me tražiti da ti ponovno pročitam zadatak. Trebaš pažljivo slušati, a kad ja završim sa čitanjem zadatka, razmisli i reci mi svoj odgovor. Ja ёu tvoj odgovor zapisati. Znači ti ne trebaš ništa pisati. Zatim ćeš mi objasniti kako si to izračunao/la. Kad završimo s jednim zadatkom prijeći ćemo na sljedeći. Neki će zadaci biti lakši, neki teži pa ako ne budeš znao/la odgovor, reci, i prijeći ćemo na sljedeći zadatak. Najprije ćemo riješiti primjer."

Nakon toga je eksperimentatorica djetetu pročitala primjer. Ako dijete nije znalo riješiti primjer, eksperimentatorica mu je objasnila kako da dođe do rješenja. Prije početka je još pitala djetete je li mu sve jasno. Sve djetetove odgovore eksperimentatorica je bilježila u individualni protokol bez ikakvih komentara. Ona ni na koji način nije smjela pomagati sudionicima. Cijeli postupak je snimljen diktafonom.

Svako dijete je u jednoj vremenskoj točki istraživanja ispitano u dva navrata: jednom zadacima s neutralnim kontekstom i jednom zadacima sa smislenijim situacijskim kontekstom. Razmak između ispitivanja istog djeteta zadacima s različitim kontekstom bio je najmanje dva dana. Polovica sudionika je u prvom navratu ispitana zadacima s neutralnim kontekstom, a u drugom navratu zadacima sa smislenijim kontekstom, dok je druga polovica sudionika ispitana obrnutim redoslijedom, dakle, u prvom navratu zadacima sa smislenijim kontekstom, a u drugom navratu zadacima s neutralnim kontekstom. Time se htjela izbjegći mogućnost djelovanja ponavljanja ispitivanja na rezultate.

U prvom navratu ispitivanja eksperimentatorice su djeci naizmjence zadavale A i B verziju protokola sa zadacima. U drugom navratu su imale popis ispitane djece, te šifru protokola kojim je pojedino dijete bilo ispitano, pa su djeci zadavale zadatke iste verzije (A ili B), ali suprotnog situacijskog konteksta. Dakle, dijete koje je u prvom navratu bilo ispitano zadacima s neutralnim kontekstom, verzijom A, drugi je put bilo ispitano zadacima sa smislenijim kontekstom, ponovno verzijom A.

Spomenuli smo da su postojale još tri verzije protokola sa zadacima koje se razlikuju s obzirom na redoslijed zadataka, verzija 1, 2 i 3. Prilikom svakog ispitivanja, u pojedinoj školi su bile tri eksperimentatorice. Svaka od njih je imala protokole sa zadacima druge verzije, dakle, jedna je imala zadatke verzije 1, druga je imala zadatke verzije 2, a treća je imala zadatke verzije 3. Na taj način je osigurano da podjednak broj djece bude ispitana svakom od ovih verzija zadataka.

Rezultati

Provjera utjecaja spola na uradak u problemskim matematičkim zadacima

U prijašnjim istraživanjima (Delgado i Prieto, 2004; prema Vlahović Štetić i sur., 2004; Hyde, Fennema i Lamon, 1990; Kišak, 1999; Vlahović Štetić, 1996) nisu pronađene razlike u uratku u problemskim matematičkim zadacima između dječaka i djevojčica u dobi od 5 do 10 godina. S obzirom na to ne očekujemo tu razliku niti u našem istraživanju. Kako bismo mogli zajedno analizirati podatke dječaka ($N=38$) i djevojčica ($N=31$) ipak smo provjerili postoji li razlika u uratku ovisno o spolu. Proveli smo t-test za nezavisne uzorke koji je pokazao da se djevojčice i dječaci ne razlikuju u uratku na problemskim matematičkim zadacima ($t(67) = 0.553; p = .582$).

Središnje vrijednosti i raspršenja rezultata po zadacima

Najprije ćemo komentirati uradak djece na razini pojedinačnih problemskih zadataka. U Tablici 2 su navedene aritmetičke sredine i standardne devijacije za svaki problemski zadatak u dvije vremenske točke istraživanja. Aritmetičke sredine su ujedno i proporcije točnih odgovora budući da su točno odgovoreni zadaci bodovani s 1 bodom, a netočno odgovoreni zadaci s 0 bodova. U tablici je vidljivo nekoliko trendova rezultata. U prvoj vremenskoj točki istraživanja djeca su bila manje uspješna u rješavanju problemskih zadataka nego u drugoj vremenskoj točki istraživanja, dakle 2005. godine. U ispitivanju 2004. godine najveća proporcija točnih odgovora je bila 0.80 i to na zadatku P3-Z1 u smislenijem kontekstu, dok je u ispitivanju 2005. godine najveća proporcija točnih odgovora je bila 0.88 na zadatku U3-Z4 u neutralnom kontekstu. Vidljiva je i razlika u uspješnosti djece s obzirom na situacijski kontekst u zadatku. Tako su proporcije točnih odgovora veće u zadacima sa smislenijim kontekstom nego u zadataka s neutralnim kontekstom. Taj trend rezultata je uočljiviji u prvoj vremenskoj točki istraživanja. Najveću razliku u proporciji točnih odgovora s obzirom na situacijski kontekst nalazimo u zadatku P3-Z1, gdje zadatak u neutralnom kontekstu točno rješava 65 % djece, dok ga u smislenijem kontekstu točno rješava 80 % djece. Općenito, nije toliko vidljiva razlika u uratku između zadataka promjene i usporedbe koliko između zadataka usporedbe s nepoznatim referentnim skupom (U5) i svih ostalih. Najslabiji uradak su djeca postigla na zadatku U5-Z4 u neutralnom kontekstu, u ispitivanju 2004. godine, gdje proporcija točnih odgovora iznosi 0.28, dok proporcija točnih odgovora na zadacima U5-Z1 i U5-Z3 u neutralnom kontekstu, u ispitivanju 2005. godine iznosi 0.61, a to je ujedno i najveći uspjeh djece na zadacima U5.

Tablica 2

Aritmetičke sredine (M) i standardne devijacije (SD) uratka u pojedinim zadacima promjene i usporedbe za oba situacijska konteksta (neutralni i smisleniji) za učenike 1. razreda osnovne škole ($N=69$) u prvoj vremenskoj točki istraživanja, odnosno u drugoj vremenskoj točki istraživanja, učenike 2. razreda.

Zadatak		Ispitivanje 2004.		Ispitivanje 2005.	
		Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst
P3-Z1	M	.65	.80	.72	.72
	SD	.48	.41	.45	.45
P3-Z2	M	.68	.77	.78	.83
	SD	.47	.43	.45	.38
P3-Z3	M	.74	.74	.80	.78
	SD	.44	.44	.41	.42
P3-Z4	M	.67	.70	.78	.81
	SD	.47	.46	.42	.39
P6-Z1	M	.49	.65	.83	.74
	SD	.50	.48	.38	.44
P6-Z2	M	.68	.70	.81	.81
	SD	.47	.46	.39	.39
P6-Z3	M	.52	.51	.68	.67
	SD	.50	.69	.47	.47
P6-Z4	M	.61	.61	.72	.70
	SD	.49	.49	.45	.46
U3-Z1	M	.67	.75	.87	.86
	SD	.47	.43	.34	.35
U3-Z2	M	.67	.75	.86	.87
	SD	.47	.43	.35	.34
U3-Z3	M	.68	.74	.86	.87
	SD	.47	.44	.35	.34
U3-Z4	M	.61	.70	.88	.84
	SD	.49	.46	.32	.37
U5-Z1	M	.38	.41	.61	.59
	SD	.49	.49	.49	.49
U5-Z2	M	.42	.45	.43	.52
	SD	.50	.50	.50	.50
U5-Z3	M	.42	.42	.61	.58
	SD	.50	.50	.49	.50
U5-Z4	M	.28	.30	.48	.52
	SD	.45	.46	.50	.50

Provjera utjecaja razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja, vrste zadatka i situacijskog konteksta na uradak u problemskim matematičkim zadacima

Ispitivanje je provedeno na istim sudionicima u dvije vremenske točke, 2004. i 2005. godine. Mjerena je uradak djece u dvije vrste problemskih matematičkih zadataka koji su u jednom navratu zadani u neutralnom, a u drugom navratu u smislenijem situacijskom

kontekstu. Nacrt istraživanja je $2 \times 2 \times 2$ (razvoj djece u 2 vremenske točke istraživanja \times 2 vrste problemskih zadataka \times 2 razine situacijskog konteksta u zadatku).

Kako bismo potpuno opravdano mogli koristiti parametrijsku statistiku za odgovaranje na postavljene probleme, testirali smo normalitet distribucije rezultata Kolmogorov-Smirnovljevim testom. Provođenjem testa je utvrđeno da je distribucija rezultata normalna, $z = 1.034$; $p = .235$.

Tablica 3 prikazuje prosječne vrijednosti uradaka i raspršenja rezultata u dvije vremenske točke istraživanja, za zadatke promjene i zadatke usporedbe u dva situacijska konteksta.

Tablica 3

Aritmetičke sredine (M) i standardne devijacije (SD) uratka u zadacima promjene i usporedbe u dva situacijska konteksta za učenike 1. razreda ($N = 69$) u prvoj vremenskoj točki istraživanja, odnosno učenike 2. razreda u drugoj vremenskoj točki istraživanja, te ukupni rezultati za pojedinu vremensku točku istraživanja, vrstu zadatka i kontekst.

	Ispitivanje 2004.		Ispitivanje 2005.		
Vrsta zadatka	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst	Ukupno
Promjena	<i>M</i>	5.04	5.46	6.13	6.04
	<i>SD</i>	0.29	0.29	0.26	0.22
Usporedba	<i>M</i>	4.12	4.52	5.59	5.65
	<i>SD</i>	0.30	0.30	0.24	0.26
		<i>M</i>	14.82	22.11	
		<i>SD</i>	9.61	6.88	

	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst
<i>M</i>	18.31	18.72
<i>SD</i>	7.37	7.98

Kako bismo odgovorili na postavljene probleme provedeli smo analizu varijance za zavisne rezultate. Rezultati provedene analize se nalaze u Tablici 4

Tablica 4

Rezultati analize varijance za zavisne rezultate za istraživački nacrt $2 \times 2 \times 2$ (razvoj djece u 2 vremenske točke istraživanja \times 2 vrste problemskih zadatka \times 2 razine situacijskog konteksta u zadatku).

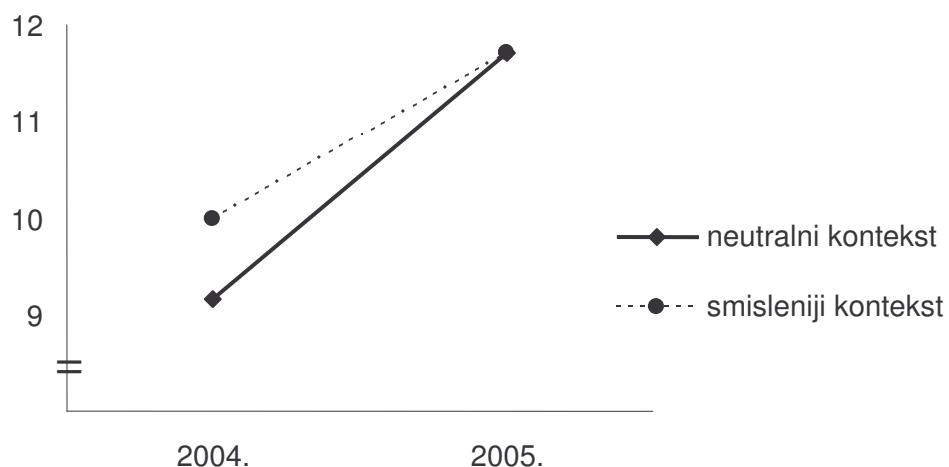
<i>Izvor varijabiliteta</i>	<i>F</i>	<i>df</i>	<i>p</i>
Razvoj djece u dvije vremenske točke istraživanja	30.853	1/68	.000
Vrsta zadatka	20.246	1/68	.000
Kontekst	2.978	1/68	.089
Razvoj djece u dvije vremenske točke istraživanja x vrsta zadatka	2.916	1/68	.092
Razvoj djece u dvije vremenske točke istraživanja x kontekst	4.150	1/68	.046
Kontekst x vrsta zadatka	0.148	1/68	.702
Razvoj djece u dvije vremenske točke istraživanja x vrsta zadatka x kontekst	0.173	1/68	.679

Glavni efekt razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja se pokazao značajnim. Uradak učenika u problemskim matematičkim zadacima prilikom ispitivanja 2004. godine ($M = 14.82$; $SD = 9.61$) je značajno lošiji od njihovog uratka prilikom ispitivanja godinu dana kasnije ($M = 22.11$; $SD = 6.88$).

Značajnim se pokazao i glavni efekt vrste zadatka. Uradak u zadacima promjene ($M = 19.72$; $SD = 7.89$) je značajno bolji od uratka u zadacima usporedbe ($M = 17.21$; $SD = 7.91$).

Glavni efekt situacijskog konteksta zadatka se nije pokazao značajnim. Uradak u zadacima s neutralnim kontekstom ($M = 18.31$; $SD = 7.37$) se ne razlikuje značajno od uratka u zadacima sa smislenijim kontekstom ($M = 18.72$; $SD = 7.98$).

Jedina značajna interakcija faktora u ovom istraživanju je interakcija razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja i konteksta. Grafički prikaz te interakcije nalazi se na Slici 1.



Slika 1. Prosječan uradak učenika ($N = 69$) izmjerен u dvije vremenske točke istraživanja (2004. i 2005. godine) u zadacima s neutralnim i smislenijim situacijskim kontekstom.

T-testovi za zavisne uzorke pokazali su da je uradak u problemskim zadacima izmjerjen 2004. godine značajno lošiji od uratka izmјerenog 2005. godine kako u zadacima s neutralnim kontekstom ($t(68) = - 5.425; p = .000$), tako i u zadacima sa smislenijim kontekstom ($t(68) = - 4.265; p = .000$). U prvoj vremenskoj točki istraživanja, dakle 2004. godine, uradak u zadacima s neutralnim kontekstom je bio značajno lošiji od uratka u zadacima sa smislenijim kontekstom ($t(68) = - 2.33; p = .023$), dok u drugoj vremenskoj točki istraživanja razlika u uratku s obzirom na kontekst nije dobivena ($t(68) = 0.11; p = .912$).

Rasprava

Dječji uradak u problemskim matematičkim zadacima

U ovom istraživanju je ispitan dječji uradak u problemskim matematičkim zadacima koji su se razlikovali po vrsti (zadaci promjene i zadaci usporedbe) i po situacijskom kontekstu u zadatku (zadaci s neutralnim kontekstom i zadaci sa smislenijim kontekstom). Isti sudionici su ispitani dvije godine za redom (2004. i 2005. godine).

Najprije je bio provjerен utjecaj spola na rješavanje problemskih matematičkih zadataka. Pokazalo se da nema razlike u uratku između dječaka i djevojčica. Takav nalaz je u skladu s literaturom (Delgado i Prieto, 2004; prema Vlahović Štetić i sur., 2004; Hyde, Fennema i Lamon, 1990; Kišak, 1999; Vlahović Štetić, 1996) gdje također nisu pronađene razlike u uratku na problemskim matematičkim zadacima između dječaka i djevojčica u dobi od 5 do 10 godina.

Tablica 2 prikazuje prosječne uratke djece na pojedinim problemskim zadacima. Proporcije točnih odgovora u ispitivanju 2004. godine se kreću od 0.28 (U5-Z4 s neutralnim kontekstom) do 0.80 (P3-Z1 sa smislenijim kontekstom). Vidljivo je da su proporcije točnih odgovora u ispitivanju godinu dana kasnije više i kreću se od 0.43 (U5-Z2 s neutralnim kontekstom) do 0.88 (U3-Z4 s neutralnim kontekstom). Također je iz tablice vidljivo da su proporcije točnih odgovora za zadatke U5 (od 0.28 do 0.61) niže nego u svim ostalim zadacima u oba situacijska konteksta.

Prilikom usporedbe dobivenih proporcija točnih odgovora s nalazima u literaturi vodili smo računa o tome da uspoređujemo uradak djece iste dobi. Proporcije točnih odgovora dobivene 2004. godine, dakle kad su sudionici u istraživanju pohađali prvi razred, su više od proporcija dobivenih u istraživanju Riley i sur. (1983). Naime, u tom istraživanju je proporcija točnih odgovora za zadatak P3 0.41, dok su te iste proporcije u ovom istraživanju od 0.65 do 0.80. Riley i Greeno (1988) su dobili za učenike prvih razreda proporcije točnih odgovora od 0.11 do 1.00, a za učenike drugih razreda od 0.15 do 1.00. Dobiveni rasponi se preklapaju s rasponima dobivenim u ovom istraživanju, međutim, treba imati na umu veličinu raspona proporcija koju su dobili Riley i Greeno (1988). Vlahović Štetić (1996) je u istraživanju na učenicima 1. razreda dobila proporcije točnih odgovora za zadatke promjene i usporedbe od 0.39 do 0.95 u neutralnom kontekstu i od 0.41 do 0.98 u smislenijem situacijskom kontekstu. Ovdje se te proporcije kreću od 0.28 do 0.74 u zadacima s neutralnim kontekstom i od 0.30 do 0.80 u zadacima sa smislenijim kontekstom. Tu razliku je moguće pripisati metodološkim razlikama u ova dva istraživanja. Naime, učenici su u istraživanju Vlahović Štetić (1996) pred sobom imali listić s napisanim zadatkom te su uz slušanje

eksperimentatorice, zadatak mogli pratiti i na papiru, što im je moglo olakšati pamćenje i računanje.

Uradak djece u dvije vremenske točke istraživanja

U Tablici 2 je uočljiv trend poboljšanja uratka djece u funkciji razvoja u dvije vremenske točke istraživanja. Analiza rezultata je pokazala da je uradak djece izmjeren 2004. godine ($M = 14.82$) značajno lošiji od njihovog uratka prilikom ispitivanja 2005. godine ($M = 22.11$). Time smo potvrdili postavljenu hipotezu.

Ovakav rezultat je u skladu s dosadašnjim istraživanjima (Mendek, 2004.; Riley i sur., 1988; Vlahović Štetić i sur., 2004) i Piagetovom razvojnom teorijom. Prema Piagetu, dijete u dobi od oko 6 godina ulazi u fazu konkretnih operacija. U toj fazi mišljenje djeteta postaje sve logičnije, razvija se logička manipulacija mentalnim reprezentacijama. S kognitivnim razvojem raste i složenost operacija kojima dijete barata. Moguće je da su u drugoj vremenskoj točki ovog istraživanja djeca razvila neke složenije oblike mišljenja karakteristične za fazu konkretnih operacija koje prije nisu imala.

Geary (1994) navodi faktore koji doprinose poboljšanju sposobnosti rješavanja problemskih matematičkih zadataka s dobi. Jedan od tih faktora je poboljšavanje sposobnosti čitanja. Postoje nalazi da bolji čitači postižu bolji uradak na problemskim matematičkim zadacima, budući da bolje čitanje pridonosi razumijevanju samog zadatka (Moyer i sur., 1984; prema Geary, 1994). Drugi takav faktor je stjecanje konceptualnog znanja, odnosno razvoj djetetovog razumijevanja osnovnih aritmetičkih i brojčanih koncepata. Poboljšanju dječjeg uratka u problemskim matematičkim zadacima doprinosi i razvoj radnog pamćenja, dostupnost većeg broja strategija rješavanja problemskih matematičkih zadataka, te poboljšanje djetetove sposobnosti mentalne reprezentacije problema.

Uradak u problemskim zadacima različite vrste

U ovom istraživanju svako dijete je riješilo 16 zadataka promjene i 16 zadataka usporedbe u svakoj vremenskoj točki. Dobiven je značajno bolji uradak u zadacima promjene ($M = 19.72$) od uratka u zadacima usporedbe ($M = 17.21$). Ovakav rezultat je u skladu s podacima iz literature (Kišak, 1999; Mendek, 2004; Riley i sur., 1988; Vlahović Štetić i sur., 2004; Vlahović Štetić, 1996). Sva su istraživanja pokazala da su zadaci usporedbe najteža vrsta problemskih zadataka.

Lingvistički modeli, iako podrazumijevaju nužnost matematičkog znanja, smatraju da je uzrok težine pojedinih problemskih zadataka dječe nerazumijevanje riječi i fraza u tekstu.

Riley i Greeno (1988) lošiji uradak djece predškolske dobi i učenika 1. razreda u zadacima usporedbe tumače nedostatkom konceptualnog znanja potrebnog za razumijevanje rečenica poput: "Koliko je više X-a od Y-a?", koje su uobičajene u zadacima usporedbe. Tome u prilog idu i rezultati istraživanja Hudsona (1983) u kojem je dobiveno da jasnija formulacija teksta zadatka doprinosi poboljšanju uratka djece. U tom istraživanju je djeci prezentirana slijedeća situacija: "Ovo su neke ptice, a ovo su neki crvi." Nakon toga su im postavljena dva pitanja: "Koliko je tu više ptica nego crva?" i "Pretpostavi da ptice lete uokolo i svaka pokušava uloviti crva. Hoće li svaka ptica uloviti crva? Koliko ptica neće uloviti crva?" Djeca su uspješnije odgovarala na pitanje koliko ptica neće dobiti crva (100% učenika 1. razreda je odgovorilo točno) nego na pitanje koliko ima više ptica nego crva (64% učenika 1. razreda je točno odgovorilo).

Reusser (1989) interpretira rezultate Hudsonovog istraživanja u skladu sa svojim modelom. Kad djeca odgovaraju na pitanje koliko ptica neće dobiti crva, mogu si lakše predočiti situaciju u zadatku, nego kad odgovaraju na pitanje koliko ima više ptica nego crva. Prema njegovom SPR modelu dječje poteškoće u rješavanju problemskih zadatka rezultat su prvenstveno nedostatka razumijevanja teksta i situacije u zadatku.

Analizom pogrešaka koje se javljaju prilikom rješavanja problemskih matematičkih zadatka možemo uočiti da djeca ponekad krivo interpretiraju tekst zadatka. Česta pogreška je da u zadatku usporedbe npr.: "Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula više ima Ivan od Tomislava?" tekst "koliko više" djeca interpretiraju kao: "Koliko pikula ima Ivan?", te netočno odgovaraju: "Ivan ima 8 pikula." (Vlahović Štetić i Vizek Vidović, 1998). Mogli bismo reći da su zadaci usporedbe teški jer djeca teže razumiju tekst tih zadatka, što vodi lošijem uratku.

Uradak u problemskim zadacima različitog situacijskog konteksta

Hipotezu da će dječji uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom biti bolji od uratka u zadacima s neutralnim kontekstom temeljimo na postavkama Reusserovog modela (Reusser, 1989). Prema tom modelu dodatno osmišljavanje situacije u zadatku olakšava stvaranje situacijskog modela problema u fazi (makrostrategiji) razumijevanja situacije i time omogućuje bolji uradak. Smisleniji kontekst problemskog zadatka se može osmisliti na dva načina. Prvi način je individualizacija zadatka, u smislu da se u zadatku koristi ime djeteta koje rješava te zadatke, imena njegovih prijatelja, njegovi hobiji, stvari koje voli... Drugi način osmišljavanja konteksta korišten je u našem istraživanju, u zadacima sa smislenijim kontekstom. U tim zadacima je dodana uvodna rečenica na početku zadatka, kojom se radnja

tog zadatka smješta u neki širi okvir, te je imenovan jedan lik, dok je drugi definiran svojim odnosom prema njemu (npr. mama, starija sestra, najbolja prijateljica...). U zadacima s neutralnim kontekstom su imenovana dva lika, definirani su skupovi objekata i odnosi među tim skupovima.

Analiza rezultata je pokazala da se uradak u zadacima s neutralnim kontekstom ($M = 18.31$) ne razlikuje značajno od uratka u zadacima sa smislenijim kontekstom ($M = 18.72$). Ovakav nalaz nije u skladu s postavljenom hipotezom. Možemo vidjeti da je uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom nešto bolji od uratka u zadacima s neutralnim kontekstom, ali ta razlika nije dovoljno velika da bi postigla statističku značajnost. Dobivene rezultate je moguće interpretirati na nekoliko načina.

Moguće je da smisleniji kontekst u zadatku zaista ne utječe na dječji uradak, međutim, to se protivi postavkama Reusserovog modela i nalazima drugih istraživanja (Anand i Ross, 1987; Reusser, 1989; Stern i Lehrndorfer, 1992; prema Vlahović Štetić, 1996; Davis-Dorsey i sur., 1991).

Drugo moguće objašnjenje je da je naš način oblikovanja smislenijeg konteksta u zadatku bio preoskudan da bi pridonio boljem razumijevanju situacije. Naime, u nekim istraživanjima korišten je, ranije opisan, prvi način osmišljavanja situacije u zadatku (Anand i Ross, 1987; Davis-Dorsey i sur., 1991). Zadaci sa smislenijim kontekstom su bili individualizirani s obzirom na dijete koje ih rješava. Ovakav način osmišljavanja može još više olakšati stvaranje situacijskog modela problema i time omogućiti bolji uradak.

Treće moguće objašnjenje je da su zadaci bili neprimjerene težine, pa dodatno osmišljavanje situacije u zadatku nije pospješilo uradak djece. Naime, u istraživanju Vlahović Štetić (1996) je dobivena značajna interakcija vrste zadatka i situacijskog konteksta, odnosno smisleniji situacijski kontekst je pridonio poboljšanju uratka samo kod zadataka usporedbe koji su djeci bili teži od ostalih zadataka. Objašnjenje koje autorica daje za takav nalaz je da u lakšim zadacima (zadacima promjene i kombiniranja) djeca razumiju situaciju, pa im nije potrebna pomoć u stvaranju situacijskog modela problema. No, situacija u zadacima usporedbe je teže razumljiva i smisleniji situacijski kontekst olakšava stvaranje situacijskog modela problema, a time i poboljšava uradak u tim zadacima. Mi bismo za naše rezultate također mogli pretpostaviti da su djeci lagani. Ukoliko se uradak u našem istraživanju usporedi s podacima u literaturi, vidljivo je da su dobiveni rezultati bolji ili podjednaki. Dakle, ako su zadaci lagani djeca ih mogu pravilno interpretirati i bez dodatnog osmišljavanja situacije. U prilog ovoj pretpostavci govori i dobivena interakcija između razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja i situacijskog konteksta zadatka.

Interakcija razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja i situacijskog konteksta zadatka

Analiza rezultata pokazala je da je interakcija razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja i situacijskog konteksta značajna. U prvoj točki mjerena, dakle 2004. godine, dobivena je značajna razlika između uratka u zadacima s neutralnim i zadacima sa smislenijim kontekstom, pri čemu je uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom ($M = 9.99$) značajno bolji od uratka u zadacima s neutralnim kontekstom ($M = 9.16$). Učenici, tada 1. razreda, uspješnije su rješavali zadatke sa smislenijim situacijskim kontekstom što ide u prilog glavnoj postavci Reusserovog modela da će dodatno osmišljavanje olakšati razumijevanje situacije i tako poboljšati uradak.

U drugoj točki mjerena, dakle 2005. godine, nije pronađena značajna razlika između uratka u zadacima s neutralnim ($M = 11.72$) i zadacima sa smislenijim kontekstom ($M = 11.70$). Dakle, takav nalaz nije u skladu s Reusserovim modelom. Prepostavljamo da je takav nalaz rezultat toga što su postavljeni zadaci djeci, sada 2. razreda, bili dovoljno lagani da dodatno osmišljavanje situacije u zadatku nije poboljšalo uradak.

Ovakva interakcija varijabli nije u skladu s prvotno postavljenom hipotezom da će se uradak u drugoj vremenskoj točki istraživanja više poboljšati u zadacima sa smislenijim kontekstom, nego u zadacima s neutralnim kontekstom. Ta hipoteza se temelji na istraživanju Mendekove (2004). Ona je dobila da kod djece predškolske dobi nema razlike u uratku na dvije razine situacijskog konteksta, dok je kod učenika 1. razreda dobila značajno bolji uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom. Autorica to objašnjava neprimjerenosću težine zadataka djeci predškolskog uzrasta, odnosno smatra da su predškolcima zadaci bili teški, te da zbog toga dodatno osmišljavanje konteksta zadatka nije imalo efekta. Autorica također prepostavlja da su učenicima 1. razreda zadaci primjerene težine, te se efekt konteksta pokazao značajnim. Mi smo očekivali da će se taj trend nastaviti i nakon perioda od godinu dana, dakle, u našoj drugoj točki mjerena, međutim, efekt konteksta se ponovno nije pokazao značajnim. Naša prepostavka je da su učenicima 2. razreda ti zadaci bili lagani, te da zbog toga dodatno osmišljavanje konteksta zadatka nije imalo efekta.

Zaključak

Cilj ovog istraživanja je bio usporediti uspješnost dječjeg rješavanja problemskih matematičkih zadataka u funkciji razvoja djece u dvije vremenske točke istraživanja, vrste zadatka, situacijskog konteksta u zadatku, te zajedničkog utjecaja navedenih faktora. Rezultati su pokazali da je uradak učenika u problemskim matematičkim zadacima bio bolji prilikom ispitanja 2005. godine, prilikom rješavanja zadataka promjene, te da je u ispitanju 2004. godine uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom bio bolji, dok u ispitanju godinu dana kasnije nije pronađena razlika u uratku ovisno o kontekstu zadatka. Možemo reći da smo ovim istraživanjem djelomično potvrdili Reusserovu temeljnu prepostavku budući da smo razliku u uratku s obzirom na kontekst u zadatku dobili u prvoj vremenskoj točki istraživanja, dok u drugoj vremenskoj točki istraživanja takva razlika nije dobivena.

Literatura

- Anand, P.G. i Ross, S.M. (1987). Using computer-assisted instruction to personalize arithmetic materials for elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, 79(1), 72-78.
- Davis – Dorsey, J., Ross, S.M. i Morrison, G.R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 83(1), 61-68.
- Geary, D.C. (1994). Children's mathematical development: Research and practical applications. Washington, DC, US: American Psychological Association.
- Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical difference between disjoint sets. *Child Development*, 54, 84-90.
- Hyde, J. S., Fennema, E. i Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: A meta – analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2), 139-155.
- Kišak, M. (1999). Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka promjene i usporedbe – provjera postavki matematičko–logičkog modela. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
- Moreau, S. i Coquin-Viennot, D. (2003). Comprehension in arithmetic word problems by fifth-grade pupils: Representations and selection of information. *British Journal of Educational Psychology*, 73, 109-121.
- Mendek, Ž. (2004). Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka kod predškolaca i učenika 1. razreda osnovne škole. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
- Reusser, K. (1989). Textual and situational factors in solving mathematical word problems. (Research Rep. No 7). Bern: Universität Bern.
- Riley, M.S., Greeno, J.G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5, 49-101.
- Riley, M.S., Greeno, J.G. i Heller, J.J. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. U Ginsburg, H.P. (Ur.), *The Development of Mathematical Thinking*, pp. 153-196. New York: Academic Press.
- Vasta, R., Haith, M.M. i Miller, S.A. (1997). *Dječja psihologija*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Verschaffel, L. i De Corte, E. (1993). A decade of research in word problem solving in Leuven: theoretical, methodological and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5(3), 239-257.
- Vizek Vidović, V., Rijavec, M., Vlahović Štetić, V. i Miljković, D. (2003). *Psihologija obrazovanja*. Zagreb: IEP : VERN

Vlahović Štetić, V., Rovan, D. i Mendek, Ž. (2004). The role of students' age, problem type and situational context in solving mathematical word problems. *Review of Psychology*, 11(1-2), 25-33.

Vlahović Štetić, V., Kišak, M. i Vizek Vidović, V. (2000). Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka – provjera matematičko-logičkog modela. *Suvremena psihologija*, 3(1-2), 49-66.

Vlahović Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998). Kladim se da možeš... - psihološki aspekti početnog poučavanja matematike – priručnik za učitelje. Zagreb: Udruga roditelja "Korak po korak"

Vlahović Štetić, V. (1996). Problemski matematički zadaci i uspješnost njihova rješavanja u početku školovanja. Neobjavljeni doktorski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.