

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FILOZOFSKI FAKULTET
ODSJEK ZA PSIHOLOGIJU

USPJEŠNOST RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH MATEMATIČKIH ZADATAKA
KOD PREDŠKOLACA I UČENIKA 1. RAZREDA

Diplomska radnja

Autor: Željka Mendek

Mentor: dr. sc. Vesna Vlahović Štetić

Zagreb, 2004.

1. UVOD

Slažete li se da su matematička znanja nužna u svakodnevnom životu? Budući da se mnoga djeca s ovim pitanjem ne bi složila, važno je dati im mogućnost da to shvate dok su još u školi. Jedan način da im se to omogući su svakako problemski matematički zadaci. Oni govore o svakodnevnim situacijama, postavljaju pitanja iz svakodnevnog života, a odgovor na ta pitanja zahtjeva određena matematička znanja.

Istraživači koji se bave područjem problemskih matematičkih zadataka nastoje utvrditi koja su znanja potrebna za njihovo uspješno rješavanje. Razvijaju različite modele koje onda testiraju proučavajući dječje načine rješavanja i putem kompjuterskih simulacija.

1.1. Rani razvoj matematičkih znanja

Usvajanje matematičkih pojmova počinje već u dojenačkoj dobi. Dojenče u šestom mjesecu života može razlikovati područja koja sadrže različit broj točaka. Kad se djecu habituiraju na područje koje ima određen broj točaka, ta habituacija će se izgubiti ako mu se prikaže područje s većim ili manjim brojem točaka. Ovo vrijedi za područja koja sadrže do četiri točke (Starkey i Cooper, 1980., prema Klein i Starkey, 1987.).

Malo dijete u drugoj godini života počinje upotrebljavati uobičajene nazive za brojeve dok se igra. Ono tad može točno prebrojiti dva do tri objekta. U to vrijeme dijete je već usvojilo dva temeljna principa brojenja, a to su princip jedan prema jedan, što

znači da svakom objektu pripada jedan i samo jedan broj, te princip stabilnog poretka, što znači da svaki broj ima svoju stalnu, nepromjenjivu poziciju na listi brojeva.

U trećoj godini dijete će usvojiti i četvrti princip, princip kardinalnosti tj. da je zadnji broj upotrijebljen pri brojenju nekih objekata ujedno i broj koji označava količinu tih objekata (Klein i Starkey, 1987.). Djeca prije početka školovanja obično nauče brojiti do 10 i nauče pisane simbole za jednoznamenaste brojeve (Sinclair i Sinclair, 1986., prema Vizek Vidović i sur., 2003.).

Od treće do pete godine razvijaju razne strategije pomoću kojih mogu riješiti jednostavnije zadatke zbrajanja. To može biti jednostavno prebrojavanje elemenata pri čemu se djeca često pomažu prstima. Druga strategija je nastavljanje prebrojavanja na veći pribrojnik (npr. $4+3$ kao četiri, pet, šest, sedam), a jedna od strategija je i rastavljanje pribrojnika na jednake brojeve i pribrajanje ostatka (npr. $3+3=6+1=7$). Četvrta strategija je dozivanje informacije iz dugoročnog pamćenja (Fuson, 1990., prema Vizek Vidović i sur., 2003.).

Problemske matematičke zadatke mogu rješavati već djeca predškolske dobi, što potvrđuju neka istraživanja (Riley i sur., 1983.; Riley i Greeno, 1988.), no oni su, u pravilu, teški na svim uzrastima. To začuđuje budući da očekujemo da upravo problemski zadaci budu spona između stvarnosti i matematike, da olakšaju djeci učenje matematike te da ih motiviraju. Neki autori (Boulton-Lewis i Tait, 1994., prema Vlahović Štetić, 1996.) smatraju da je uzrok tome poučavanje djece apstraktnim i proceduralnim znanjima. Dijete brojevima barata mehanički, ne obraća pažnju na strukturu zadatka te tako niti ne uviđa nelogičnosti u svom rješavanju.

Upravo zbog velike korisnosti koju bi problemski matematički zadaci mogli imati za djecu te zbog činjenice o njihovoj težini i nerazumijevanju, važno je provoditi istraživanja kojima bi se utvrdilo zbog čega su problemski matematički zadaci tako teški.

1.2. Vrste problemskih matematičkih zadataka

Klasifikacija problemskih matematičkih zadataka u području zbrajanja i oduzimanja, koja je danas prihvaćena kao standard, je klasifikacija koju su sastavili Riley i sur. (1983.), a zatim nadopunili Riley i Greeno (1988.).

Problemski matematički zadaci definiraju neke količine (skupove objekata) i opisuju odnose među njima (Riley i sur., 1983.). Problemski zadatak sadrži informacije o dvije količine, a pitanje koje se postavlja odnosi se na treću količinu.

Semantički odnosi koji se koriste za opis situacija u problemskim zadacima iskorišteni su kao prvi kriterij klasifikacije. Ti semantički odnosi su kombinacija, povećanje, smanjenje i usporedba skupova objekata. Na osnovu ovog kriterija Riley i suradnici razlikuju tri skupine zadataka: zadatke kombiniranja, zadatke promjene i zadatke usporedbe.

Drugi kriterij klasifikacije je položaj nepoznatog skupa, na osnovu kojeg nastaju različiti oblici unutar tri glavna tipa zadataka.

U tablici 1. nalaze se primjeri svih 18 vrsta zadataka (prema Vlahović Štetić, 1996.).

Tablica 1. Problemski matematički zadaci zbrajanja i oduzimanja.

Vrsta zadatka	Primjer zadatka	Nepoznata količina	Smjer promjene
Kombiniranje			
K1	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju zajedno?	nadskup	-
K2	Ivan i Tomislav imaju nekoliko pikula. Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju zajedno?	nadskup	-
K3	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima nekoliko pikula. Oni imaju zajedno 8 pikula. Koliko pikula ima Tomislav?	podskup	-
K4	Ivan ima nekoliko pikula. Tomislav ima 5 pikula. Oni imaju zajedno 8 pikula. Koliko pikula ima Ivan?	podskup	-
K5	Ivan i Tomislav imaju zajedno 8 pikula. Ivan ima 3 pikule. Koliko pikula ima Tomislav?	podskup	-
K6	Ivan i Tomislav imaju zajedno 8 Pikula. Ivan ima nekoliko pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan?	podskup	-
Promjena			
P1	Ivan je imao 3 pikule. Onda mu je Tomislav dao 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan sada?	završni skup	uvećanje
P2	Ivan je imao 8 pikula. Onda je dao Tomislavu 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan sada?	završni skup	umanjenje
P3	Ivan je imao 3 pikule. Onda mu je Tomislav dao nekoliko pikula. Sada Ivan ima 8 pikula. Koliko mu je pikula dao Tomislav?	mijenjajući skup	uvećanje
P4	Ivan je imao 8 pikula. Onda je dao nekoliko pikula Tomislavu. Sada Ivan ima 3 pikule. Koliko je pikula dao Tomislavu?	mijenjajući skup	umanjenje
P5	Ivan je imao nekoliko pikula. Onda mu je Tomislav dao 5 pikula. Sada Ivan ima 8 pikula. Koliko je pikula Ivan imao u početku?	početni skup	uvećanje
P6	Ivan je imao nekoliko pikula. Onda je dao 5 pikula Tomislavu. Sad Ivan ima 3 pikule. Koliko je pikula Ivan imao u početku?	početni skup	umanjenje
Usporedba			
U1	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula više ima Ivan od Tomislava?	razlika skupova	više
U2	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula manje ima Tomislav od Ivana?	razlika skupova	manje
U3	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula više od Ivana. Koliko pikula ima Tomislav?	uspoređeni skup	više
U4	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula manje od Ivana. Koliko pikula ima Tomislav?	uspoređeni skup	manje
U5	Ivan ima 8 pikula. On ima 5 pikula više od Tomislava. Koliko pikula ima Tomislav?	referentni skup	više
U6	Ivan ima 3 pikule. On ima 5 pikula manje od Tomislava. Koliko pikula ima Tomislav?	referentni skup	manje

1.2.1. Razlike u uspješnosti rješavanja pojedinih vrsta zadataka

U pravilu se u istraživanjima zadaci usporedbe pokazuju kao najteži problemski zadaci. Zadaci promjene i kombiniranja se u nekim istraživanjima pokazuju kao podjednako teški, a u nekima su se pak zadaci kombiniranja pokazali težima od zadataka promjene za djecu predškolske dobi i 1. razreda (prema Vlahović Štetić, 1996.).

Riley (1981., prema Riley i sur., 1983.) je promatrala uradak djece različite dobi na sve tri vrste problemskih matematičkih zadataka, ali su od zadataka kombiniranja korišteni samo zadaci K1 i K5 (nekadašnji K2). Uradak se povećavao s dobi djece, ali relativna je težina ostala stalna. Kod predškolske djece je uradak u zadacima promjene i kombiniranja bio podjednak. Prosječna proporcija točnih rješenja za zadatke promjene je bila 0,62, a za zadatke kombiniranja 0,61, dok je prosječna proporcija za zadatke usporedbe bila najniža, 0,11. Djeca u 1. razredu osnovne škole su najbolje rješavala zadatke kombiniranja sa prosječnom proporcijom 0,69, zatim zadatke promjene (0,67) i najlošije zadatke usporedbe (0,19).

Riley i Greeno (1988.) su proveli istraživanje na četiri dobne skupine (predškolci, 1. r., 2. r., 3. r.) u kojem su koristili svih 18 vrsta zadataka. S dobi se povećavala proporcija točno riješenih zadataka, ali i u ovom se slučaju pokazalo da relativna težina zadataka ostaje stalna. U situaciji bez korištenja pomagala (kocki), prosječna proporcija za sve dobi za zadatke promjene je 0,71, za zadatke kombiniranja 0,65, a za zadatke usporedbe 0,60. Kod predškolaca je proporcija za zadatke promjene također najviša i iznosi 0,35, za zadatke kombiniranja je 0,33, a za zadatke usporedbe 0,11. Prosječna

proporcija točnih odgovora za zadatke promjene kod djece 1. razreda je 0,66, za zadatke kombiniranja 0,59, a za zadatke usporedbe 0,24.

Vlahović Štetić (1996.) je u svom istraživanju na djeci 1. razreda osnovne škole koristila zadatke: K1, K2, K5, K6, dva zadatka P3, dva zadatka P6, U3, U4, U5, U6. Zadaci usporedbe bili su djeci najteži, ali uradak u ovim zadacima se statistički značajno razlikovao jedino od uratka u zadacima kombiniranja, ali ne i od uratka u zadacima promjene. Uradak u zadacima promjene ne razlikuje se značajno niti od zadataka kombiniranja.

1.3. Modeli rješavanja problemskih matematičkih zadataka

Kako je Piagetova teorija, kognitivna razvojna teorija, logično je da su se mnoga objašnjenja dječjeg razumijevanja matematike oslanjala upravo na nju.

Piaget (prema Vasta, 1998.) razvoj djeteta objašnjava pomoću kognitivnih shema, o čijoj vrsti i organizaciji ovisi djetetov kognitivni stupanj, te pomoću urođenih funkcija koje omogućuju razvoj. Za njega je razvoj reorganizacija znanja u sve složenije kognitivne strukture što omogućuje djetetu sve efikasnije funkcioniranje u problemskim situacijama. Autori različitih modela rješavanja problemskih matematičkih zadataka se slažu u tome da je djetetu za rješavanje određenih vrsta zadataka nužan određeni stupanj biološke zrelosti. Ono u čemu se razlikuju su njihove pretpostavke o tome koji su to kapaciteti koje dijete razvija s dobi i koji mu omogućuju sve uspješnije rješavanje problemskih zadataka.

Istraživači su uglavnom proučavali djecu predškolske dobi i nižih razreda osnovne škole što odgovara Piagetovom predoperacijskom periodu i periodu konkretnih operacija. Razdoblje između 2. i 7. godine djetetova života Piaget naziva predoperacijskim periodom. U tom razdoblju dijete stvara simboličke sheme tj. stječe mogućnost mentalnog predočavanja. Mišljenje je u ovom periodu još uvijek semilogičko jer djeca ne mogu logički manipulirati mentalnim reprezentacijama. Dijete će to moći u periodu konkretnih operacija, između 7. i 12. godine, kad usvoji operacione kognitivne sheme. Tada dijete usvaja logiku klasa i logiku relacija, važne za usvajanje zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja, te princip konzervacije. Konzervacija broja se razvija prije ostalih. I dok dijete sa 3-4 godine misli da je više kuglica u redu koji je duži, dijete sa 5-6 godina zna da je broj kuglica jednak neovisno o tome kako su postavljene.

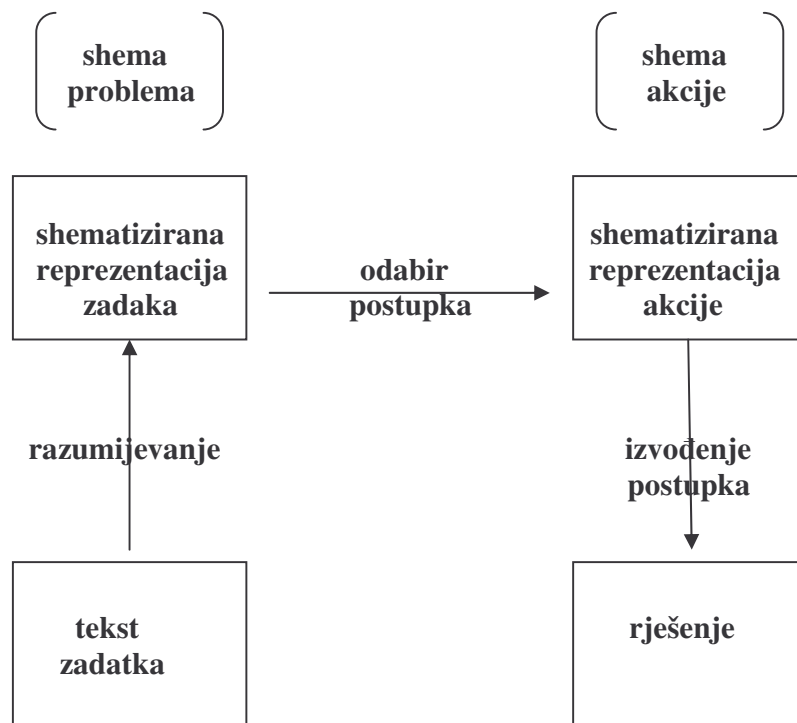
U nastojanju da se objasne dječji načini rješavanja problemskih matematičkih zadataka razvijeni su različiti modeli. Njihove temeljne razlike proizlaze iz uvjerenja njihovih autora o tome što je najvažnije za uspješno rješavanje problemskih zadataka. Dok jedni drže da su to konceptualna matematička znanja i razvijaju matematičko-logičke modele, drugi drže da je najvažnije lingvističko razumijevanje zadatka pa tako nastaju različiti lingvistički modeli. Ovdje ćemo u kratko izložiti osnovne postavke matematičko-logičkog modela Mary S. Riley te nešto opširnije Reusserov model čije postavke ćemo i provjeravati u ovom radu.

1.3.1. Matematičko-logički model Mary S. Riley

Riley (1983.) smatra da je za uspješno rješavanje problemskih zadataka najvažnije konceptualno matematičko znanje o kojem ovisi razumijevanje odnosa među skupovima

zadanim u zadatku. Ono razvojem postaje sve složenije i tako omogućuje povećanje uspješnosti njihova rješavanja.

Na slici 1. prikazan je osnovni model razumijevanja i rješavanja problema. Kad se djetetu ili kompjuterskom modelu zada problemski matematički zadatak, ono zadane elemente uklapa u shemu problema (za zadatak promjene, kombiniranja ili usporedbe). Na taj način stvara shematiziranu reprezentaciju problema iz zadatka. Ovaj proces je zapravo proces razumijevanja zadatka. Nakon toga prelazi na shemu akcije i vrši odabir postupka koji će se koristiti kako bi se došlo do rješenja te na kraju izvodi taj postupak.



Slika 1. Osnovni model razumijevanja i rješavanja problema prema Riley i sur. (1983.)(prema Vlahović Štetić, 1996.)

Riley je osmislila tri kompjuterska modela koji simuliraju rješavanje problemskih zadataka na različitim razinama uspješnosti. Svi modeli imaju jednak pristup rješavanju problema koji odgovara osnovnom modelu (Slika 1.), ali se razlikuju po složenosti shema problema i shema akcije. Model 1 trebao bi uspješno rješavati prva dva zadatka u sve tri kategorije zadataka (K1, K2, P1, P2, U1, U2), model 2 bi, osim zadataka koje rješava model 1, trebao rješavati i druga dva zadatka u svakoj kategoriji (svi zadaci za model 1 + K3, K4, P3, P4, U3, U4), a model 3 bi trebao uspješno rješavati i posljednja dva zadatka u svakoj kategoriji (svi zadaci za model 2 + K5, K6, P5, P6, U5, U6).

1.3.2. Reusserov model Situacija Problem-Rješavač

Reusser (1989.) objašnjenja rješavanja problemskih matematičkih zadataka svrstava u dvije kategorije. Ona koja neuspjeh pripisuje nedostatku matematičko-logičkog znanja te druga koja neuspjeh pripisuje nedovoljno razvijenoj sposobnosti razumijevanja jezika.

U većini istraživanja proučavano je apstraktno matematičko-logičko znanje, ali ti matematičko-logički modeli zanemaruju lingvističku i situacijsku komponentu. Reusser smatra da je premalo pažnje posvećeno poznavanju jezika (lingvistički faktor) i znanju o situacijama u stvarnom svijetu (situacijski faktor). Lingvistički modeli kao npr. model Kintscha i Greena uzimaju u obzir razumijevanje jezika, ali njihov model pretpostavlja direktan skok sa srži teksta na matematički model problema. Niti u ovom modelu se ne uzima u obzir razumijevanje situacije. Ovakav način rješavanja problemskih zadataka je možda prisutan kod stručnjaka u tom području. Mala djeca koja nemaju dobro verbalno

znanje niti znanje o svijetu ne mogu tek tako zaobići samo razumijevanje situacije u zadatku.

Postoje najmanje 4 uzroka poteškoća u matematičkim problemskim zadacima (Reusser, 1989.):

1. verbalna formulacija teksta zadatka
2. situacijski kontekst (događaji i odnosi među likovima u pozadini)
3. konceptualno logičko-matematičko znanje o odnosima među skupovima
4. aritmetičke vještine potrebne za brojenje ili za rješavanje jednadžbi

Hudson (1983.) je proveo istraživanje na djeci u vrtiću, predškolicima i 1. razredu. U jednom navratu je djeci davao klasičan zadatak usporedbe s klasičnim pitanjem, npr. «Koliko je više ptica nego crvi?», a u drugom navratu je načinio modifikaciju zadatka koja je glasila: «Pretpostavimo da se ptice utrkuju jer svaka želi dobiti crva. Hoće li svaka ptica dobiti crva? Koliko ptica neće dobiti crva?» U prvom slučaju točno odgovara 17% vrtićke djece, 25% predškolaca i 64% djece u 1. razredu. U drugom slučaju točno odgovara 83% vrtićke djece, 96% predškolaca i 100% djece u 1. razredu.

Rezultate Hudsonovog istraživanja Reusser objašnjava na slijedeći način. Drugo pitanje («Koliko ptica neće dobiti crva?») omogućuje da se zamisli stvarna situacija u kojoj svaka gladna ptica dobiva jednog crva. Znači za rješavanje problemskih zadataka nije dovoljna samo ispravna aritmetička strategija do koje vodi pravi verbalni izraz. Razumijevanje situacije kao cjeline može olakšati rješavanje problemskih zadataka.

Reusser u svom modelu naglašava upravo važnost razumijevanja situacije u zadatku. To razumijevanje je za rješavača neophodno, a također treba biti naglašeno i u

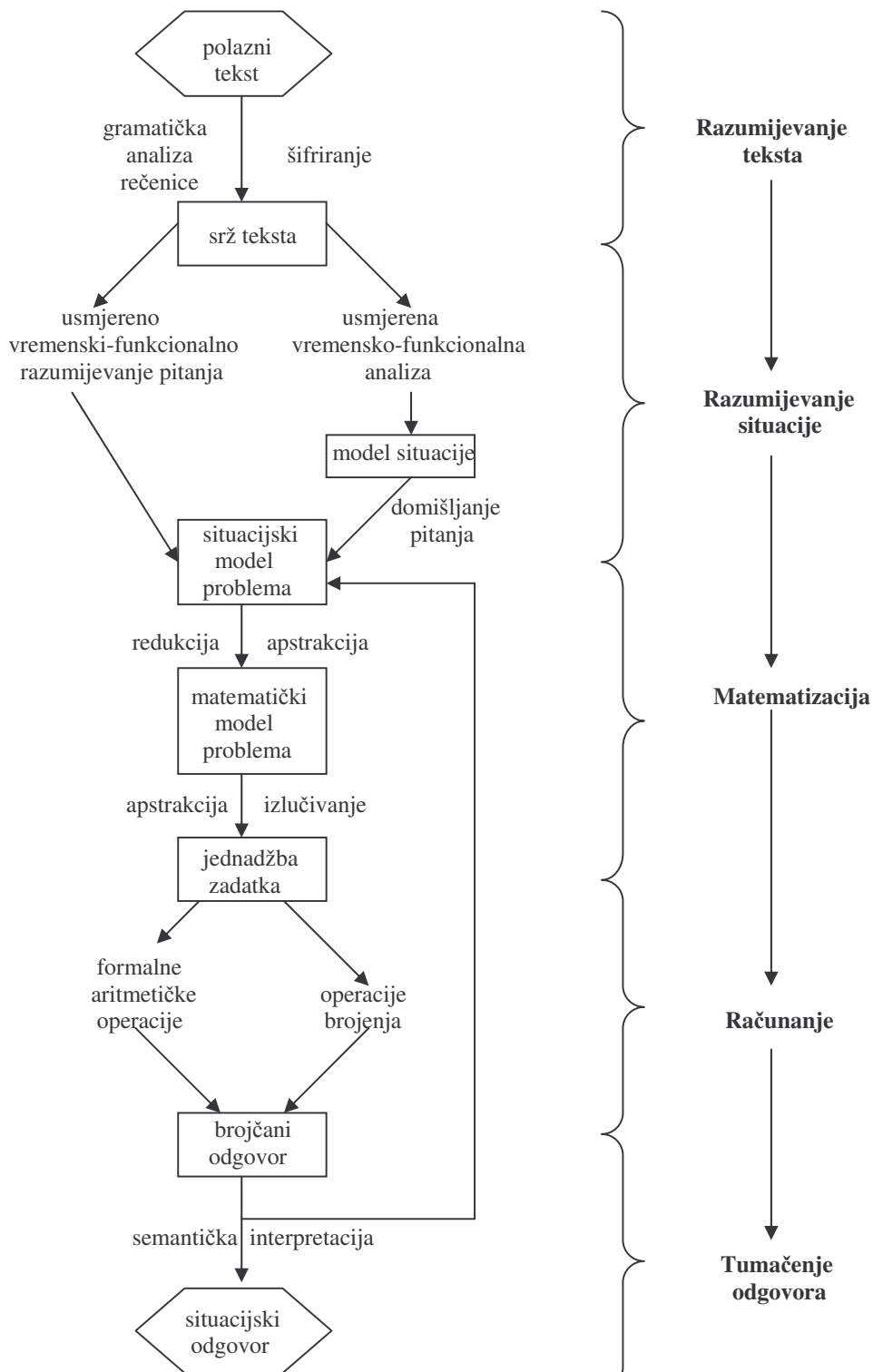
procesu poučavanja. Na rješavanje problemskih zadataka Reusser gleda kao na proces koji ide od teksta preko situacije do računa.

Svoj model je nazvao Situacija-Problem-Rješavač ili skraćeno SPR model. SPR uzima kao ulaz zadatak zbrajanja ili oduzimanja, razumije ga i rješava te daje numerički odgovor formuliran u obliku rečenice koja uzima u obzir problemsku situaciju. SPR ima nekoliko nivoa razumijevanja tj. postepeno se produbljuje razumijevanje problema. Ovisno o rješavačevoj vještini, proces rješavanja problemskog zadatka može varirati u broju i kvaliteti nivoa razumijevanja. Stručnjaku je dovoljan jedan ili dva koraka do rješenja, ali početnik treba proći kroz sve razine razumijevanja.

SPR model se sastoji od pet makrostrategija, nivoa reprezentiranja teksta, u okviru kojih su neke substrategije. Shematizacija ovog modela je prikazana na slici 2.

Ovaj model Reusser je nastojao provjeriti istraživanjima. Varirao je načine verbalnog opisivanja zadatka, npr. poredak spominjanja pojedinih elemenata zadatka, stupanj tekstualne elaboriranost, postojanje ili nepostojanje pitanja u zadatku i lik koji je djelatan u zadatku (glavni ili sporedni). Pokazalo se da jasniji tekst u zadatku olakšava rješavanje problema i to tako što, pretpostavlja Reusser, vodi do konstrukcije prikladnijih mentalnih situacijskih modela.

U istraživanju koje je Reusser (1989.) proveo na studentima (N=76) ispitivao je utjecaj povezanosti između likova u priči na brzinu rješavanja problemskih matematičkih zadataka. U jednom slučaju su svi likovi imali svoje ime, a u drugom slučaju je glavni lik nazvan imenom, a ostali su bili u nekom odnosu prema njemu (baka, mama, prijatelj i sl.).



Slika 2. Shematski prikaz Reusserova SPR modela rješavanja problemskih zadataka (prema Vlahović Štetić, 1996.)

Reusser zaključuje da je situacijski faktor, povezanost među likovima u zadatku, glavni izvor težine u razumijevanju. Zadatci s nepovezanim likovima su bili znatno teži tj. vrijeme odgovaranja na te zadatke je bilo duže nego kod zadataka s povezanim likovima. Reusser to objašnjava na sljedeći način. Kad su likovi povezani, lakše je stvoriti blisku, smislenu priču pa je tako lakše stvoriti situacijski model zadatka. U zadacima s povezanim likovima glavni lik ima svoje ime, a drugi su označeni samo svojim odnosom prema njemu (baka, majka, brat...) i nemaju imena. Tako je lako identificirati lik koji je nazvan imenom kao relevantan lik i promotriti priču iz njegove perspektive.

Davis-Dorsey i sur. (1991.) su u svom istraživanju provedenom na učenicima drugog (N=68) i petog (N=59) razreda dobili rezultate koji idu u prilog Reusserovom modelu.

Učenici su rješavali zadatke kombiniranja, promjene i usporedbe. Ispitivan je utjecaj dvije vrste konteksta, standardnog i osobnog, na uradak u zadacima te utjecaj dva načina formuliranja rečenica.

U standardnom kontekstu korištena su imena nepoznatih osoba dok su u osobnom kontekstu korištena imena rješavačevih prijatelja, kućnih ljubimaca, naziv najdražeg filma i sl.

Formulacija rečenice je u jednom slučaju odgovarala onoj koja se najčešće javlja u udžbenicima. Npr. «Lucija je imala 8 značaka. Onda joj je Helena dala još nekoliko značaka. Sada Lucija ima 12 značaka. Koliko joj je značaka dala Helena?» U drugom slučaju su rečenice jasnije formulirane dodavanjem nekih riječi. U tom slučaju rečenica iz prethodnog primjera: «Sada Lucija ima 12 značaka», glasi: «Sada Lucija ima *ukupno* 12 značaka.»

Rezultati su pokazali da su mlađa djeca najuspješnija kad je kontekst u zadatku osoban, a formulacija rečenice jasnija. Starija djeca bolje rješavaju problemske zadatke s osobnim kontekstom, a rečenična formulacija nema utjecaja na uspjeh rješavanja. Postoji interakcija vrste zadatka i rečenične formulacije pa se tako zadaci promjene uz jasniju rečeničnu formulaciju rješavaju uspješnije u odnosu na druge kombinacije.

Oslanjajući se na model kompetentnog rješavanja problema, autori rezultate objašnjavaju na sljedeći način. Mlađa djeca imaju slabije razvijene sheme za reprezentaciju problema i zato je osobni kontekst efikasan u kombinaciji s jasnijom rečeničnom formulacijom. Budući da stariji učenici imaju dobro razvijene sheme za reprezentaciju zadataka oni ne uspijevaju izvući korist od jasnije formulacije rečenice. Osobni kontekst djeluje motivirajuće i olakšava povezivanje teksta zadatka s postojećim shemama.

U terminima Reusserovog modela bismo rekli da osobni kontekst olakšava stvaranje situacijskog modela problema i time poboljšava uradak.

Anand i Ross (1987.) su proveli istraživanje u kojem ih je zanimao utjecaj vrste situacijskog konteksta pri poučavanju množenja i dijeljenja razlomaka na kasniji uradak. Ispitanici su bili učenici petog (N=47) i šestog (N=49) razreda. Učenici su po slučaju podijeljeni u tri tretmanske i jednu kontrolnu skupinu. Učenici u tretmanskim skupinama su poučavani individualno, putem kompjutera, korištenjem problemskih zadataka s jednom od tri vrste konteksta.

Kontekst je mogao biti apstraktan, konkretan ili osoban. Kod apstraktnog konteksta, u zadacima su spominjane «količine», «objekti» i sl., a nije bilo osobnih imena niti bilo kakve pozadinske teme. U konkretnom kontekstu su upotrebljavana osobna

imena nepoznatih ljudi i radilo se o konkretnim predmetima (npr. čokolada). U osobnom kontekstu su korištena imena prijatelja, datumi rođendana, ime najdraže čokolade itd.

Sve četiri skupine ispitanika (kontrolna i tri tretmanske) su ispitane predtestom i posttestom u kojem je bilo šest zadataka, po dva u svakom situacijskom kontekstu.

Rezultati istraživanja su pokazali da su učenici poučavani zadacima s osobnim kontekstom bili statistički značajno bolji od učenika poučavanih zadacima s apstraktnim kontekstom. Skupina učenika poučavana zadacima s konkretnim kontekstom se po uratku nalazila između ove dvije i nije se od njih statistički značajno razlikovala.

Autori ovakav utjecaj osobnog konteksta pripisuju boljoj motiviranosti učenika osobnim kontekstom te smislenijim učenjem procedura za rješavanje problemskih zadataka.

I ovo istraživanje ide u prilog Reusserovom modelu i utjecaj osobnog konteksta može se objasniti olakšanim stvaranjem situacijskog modela.

Vlahović Štetić (1996.) je u svom istraživanju ispitala 56 učenika prvog razreda. Učenici su rješavali sve tri vrste problemskih zadataka (zadatke kombiniranja, promjene i usporedbe). Korištene su dvije vrste situacijskog konteksta, U neutralnom situacijskom kontekstu oba lika u zadatku su imala svoje ime. U smislenijem situacijskom kontekstu, glavni lik je nazvan imenom, a ostali su određeni svojim odnosom prema njemu? Također je dodana jedna uvodna rečenica koja objašnjava situaciju u kojoj se likovi nalaze.

Zadatak u neutralnom kontekstu glasi: «Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju Ivan i Tomislav zajedno?», a u smislenijem kontekstu: «Ivan se igra

sa svojim bratom. Ivan ima 3 pikule. Njegov brat ima 5 pikula. Koliko pikula imaju Ivan i njegov brat zajedno?»

Rezultati nisu pokazali glavni efekt konteksta, ali se pokazala interakcija konteksta i vrste zadatka. Zadaci usporedbe su pri tome bolje rješavani u smislenijem nego u neutralnom kontekstu.

Autorica ove rezultate objašnjava težinom zadataka. Kako su zadaci kombiniranja i promjene djeci lagani, kod njih nije potrebno dodatno osmišljavanje. Zadaci usporedbe su teži, situacija u neutralnom kontekstu nije tako razumljiva pa se javljaju teškoće u stvaranju situacijskog modela problema. Smislenijim kontekstom olakšano je stvaranje situacijskog modela problema i zato je uradak bolji što je u skladu s postavkama Reusserovog modela.

2. PROBLEMI I HIPOTEZE

Cilj ovog istraživanja bio je provjeriti neke postavke Resserovog SPR modela. Reusser smatra da je za početnike u rješavanju problemskih matematičkih zadataka najvažnije stvaranje situacijskog modela problema, a smisleniji situacijski kontekst će to olakšati.

Na temelju postavki SPR modela i brojnih empirijskih nalaza željeli smo:

1. Provjeriti uspješnost dječjeg rješavanja problemskih matematičkih zadataka u funkciji:

- a) dobi
- b) vrste zadatka
- c) situacijskog konteksta u zadatku
- d) interakcije dobi, vrste zadatka i situacijskog konteksta u zadatku.

Hipoteze:

a) Uradak djece 1.razreda bit će bolji od uratka predškolske skupine.

Pretpostavka o boljem uratku djece 1. razreda temelji se na rezultatima dosadašnjih istraživanja (Hudson, 1980., prema Riley i sur., 1983.; Riley i Greeno, 1988.) i Piagetovoj teoriji.

b) Dječji uradak u zadacima promjene bit će bolji od uratka u zadacima usporedbe.

Korištene su dvije vrste problemskih zadataka, zadaci promjene i zadaci usporedbe. Pretpostavka o lošijem uratku na zadacima usporedbe izvedena je na temelju empirijskih nalaza (Riley, 1981., prema Riley i sur. 1983.; Riley i Greeno, 1988.).

c) Djeca će uspješnije rješavati zadatke sa smislenijim kontekstom od zadataka s neutralnim kontekstom.

Polovica svih zadataka u ispitivanju imala je tekst formuliran u neutralnom kontekstu, a polovica u smislenijem kontekstu. Svakom djetetu je zadatak jednom zadan u neutralnom, a drugi put u smislenijem kontekstu. Provjerit ćemo razlikuje li se dječji uradak u zadacima sa smislenijim kontekstom od uratka u zadacima s neutralnim kontekstom.

Pretpostavka se temelji na Reusserovom SPR modelu, prema kojem smisleniji kontekst olakšava stvaranje situacijskog modela situacije, te njegovim istraživanjima (Reusser, 1989.; Reusser, 1990.).

d) Kod djece 1. razreda smisleniji situacijski kontekst više će poboljšati uradak u zadacima usporedbe nego u zadacima promjene.

Kod djece predškolske dobi smisleniji situacijski kontekst poboljšat će uradak u obje vrste zadataka, zadacima promjene i zadacima usporedbe.

Budući da se u istraživanjima zadaci usporedbe sustavno pokazuju težima od zadataka promjene, pretpostavljamo da će djeci 1. razreda smisleniji situacijski kontekst više pomoći pri rješavanju zadataka usporedbe. Temelj za ovu pretpostavku je i istraživanje Vlahović-Štetić (1996.). Autorica je za zadatke usporedbe dobila statistički značajnu razliku između smislenijeg i neutralnog konteksta, a za zadatke kombiniranja i

promjene nije. Kao objašnjenje ovih rezultata navodi lakoću zadataka kombiniranja i promjene za koje djeci nije koristilo dodatno osmišljavanje.

Kako su djeca predškolske dobi slabija u rješavanju problemskih matematičkih zadataka od djece 1. razreda, pretpostavljamo da će njima i zadaci promjene biti teški (iako lakši od zadataka usporedbe) pa će oni profitirati od dodatnog osmišljavanja u obje vrste zadataka.

3. METODOLOGIJA

Eksperimentalnim nacrtom istraživanja ispitana je uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka u funkciji dobi, vrste zadatka i situacijskog konteksta u zadatku.

3.1. Nezavisne i zavisne varijable

Operacionalizacija nezavisnih varijabli:

Dob – ispitivanje je provedeno na dvije dobne skupine ispitanika. To su bila djeca predškolske dobi i djeca 1. razreda osnovne škole.

Vrsta zadatka – u ispitivanju su korištene dvije vrste problemskih zadataka, zadaci promjene i zadaci usporedbe. Upotrijebljeno je šest zadataka od svake vrste. Od zadataka promjene, u ispitivanju su primijenjena četiri zadatka P3 i četiri zadatka P6, a od zadataka usporedbe četiri zadatka U3 i četiri zadatka U5.

Situacijski kontekst u zadatku – upotrijebljena su dva situacijska konteksta, neutralan i smisleniji.

U zadacima s neutralnim kontekstom imenovana su dva lika, a među njima se zbiva neka radnja ili ih se međusobno uspoređuje.

Zadaci sa smislenijim kontekstom počinju uvodnom rečenicom koja daje situacijski okvir zadatku (npr. Luka sakuplja sličice.). Jedan lik je imenovan, a drugi je definiran svojim odnosom prema njemu (npr. mama, djed, najbolja prijateljica...). Sama

radnja u zadatku i konstrukcija rečenica, identične su u neutralnom i smislenijem kontekstu.

Operacionalizacija zavisne varijable

Zavisna varijabla u istraživanju je dječji uradak u problemskim matematičkim zadacima. Za točan odgovor na postavljeni zadatak dijete je dobilo 1 bod, za netočan odgovor 0 bodova.

3.2. Sudionici

Ispitanici

U ispitivanju su sudjelovala djeca iz zagrebačkih vrtića i škola i to: 54 djece iz vrtića na Jarunu, 29 djece iz vrtića u Travnom, 52 učenika Osnovne škole Ivana Meštrovića i 39 učenika Osnovne škole Gustava Krkleca. Iz obrade su izostavljeni rezultati djece kod kojih je testiranje prekinuto te djece koja nisu testirana u oba navrata tj. s obje vrste konteksta. Konačan uzorak tako čini 67 predškolske djece i 79 djece 1. razreda.

Eksperimentatori

Ispitivanje je provelo 20 studentica treće i četvrte godine te apsolventica psihologije. Studentice su prethodno posebno instruirane za provođenje ispitivanja.

3.3. Instrumenti

Pri ispitivanju su korišteni protokoli sa zadacima, listovi za upisivanje dječjih odgovora te diktafoni.

Protokoli sa zadacima sadržavali su 16 problemskih zadataka (8 zadataka promjene i 8 zadataka usporedbe) i jedan primjer. Kao primjer je korišten zadatak K1. Zadaci su sastavljeni tako da zahtijevaju zbrajanje i oduzimanje brojeva od 2 do 9, a rezultat se također uvijek nalazi unutar tog intervala. Zadaci su sastavljeni tako da rezultat nikad nije mogao biti broj koji je korišten u zadatku (npr. nema kombinacije $8 - 4 = 4$).

Kako bi se izbjegla mogućnost da na uspješnost rješavanja djeluje težina računa u određenom zadatku, i to zbog brojeva koji su upotrijebljeni, načinjene su dvije verzije svakog zadatka, A i B. Zadatak se pri tome razlikuje samo u veličini upotrijebljenih brojeva, ali ne u tekstu.

Budući da bi i redoslijed zadataka mogao djelovati na njihovu težinu, načinjena su tri različita poretka zadataka pri čemu je poredak određivan po slučaju.

Svi zadaci imaju svoju neutralnu i smisleniju formu. Kod zadataka u neutralnom kontekstu imenovana su dva lika, definirani skupovi objekata i odnosi među njima.

Kako bi se situacija u zadatku učinila smislenijom moguće je u zadacima koristiti rješavačevo ime, imena njegovih prijatelja kako su to učinili Anand i Ross (1987.) te Davis-Dorsey i suradnici (1991.). Njihova istraživanja su pokazala da će djeca u tom slučaju biti uspješnija u rješavanju zadataka.

Reusser (1989.) je u svom istraživanju na drugi način dodatno osmislio situaciju i također dobio poboljšanje uratka na tako formuliranim zadacima. Naime, on je koristio međusobno povezivanje likova u tekstu nekim odnosom među njima.

Ovakav način osmišljavanja situacije korišten je i u našem istraživanju, a po uzoru na istraživanje Vlahović Štetić (1996.). Prva promjena klasičnog oblika zadatka nastala je uvođenjem jedne uvodne rečenice koja priči u zadatku daje situacijski okvir (npr. «Majka je na tržnici kupila jabuke.»). Druga promjena je definiranje sporednog lika njegovim odnosom prema glavnom liku umjesto osobnim imenom (npr. «Bojan ima četiri jabuke. Njegova sestra ima tri jabuke.»). Tako zadatak u neutralnom kontekstu glasi npr.:

«Bojan ima četiri jabuke.

Sanja ima tri jabuke.

Koliko jabuka imaju zajedno?»,

a u smislenijem:

«Majka je na tržnici kupila jabuke.

Bojan ima četiri jabuke.

Njegova sestra ima tri jabuke.

Koliko jabuka imaju zajedno?»

Kombiniranjem dvije verzije zadataka (A i B), tri različita poretka zadataka i dva konteksta dobiveno je 12 protokola. U prilogu A se nalaze primjeri protokola «N1, A»,

«N1, B», «S1, A», «S1, B» pri čemu slovo N ili S u šifri protokola označava situacijski kontekst u zadacima tog protokola (N = neutralni, S = smisleniji), broj 1 se odnosi na prvi način poretka zadataka (postoje tri moguća poretka), a slovo A ili B ukazuje na to koji su brojevi korišteni u protokolu (oni iz verzije A ili verzije B).

Primjer lista u koji su upisivani odgovori također nalazi se u prilogu B.

3.4. Postupak

Ispitivanje je provedeno krajem travnja i početkom svibnja 2004. g. Djeca su ispitivana individualno u posebnoj prostoriji.

Pri svakom ispitivanju na određenoj su lokaciji bile tri eksperimentatorice. Svaka od njih je imala protokole s jednim od tri moguća poretka zadataka te je tako osigurano da se djeci zadaju zadaci različitim poretkom.

Svako dijete ispitano je u dva navrata, jednom zadacima s neutralnim i jednom zadacima sa smislenijim kontekstom. Razmak između ispitivanja bio je najmanje dva dana. Kako bi se izbjegla mogućnost djelovanja ponavljanja ispitivanja na rezultate, polovica djece (kako u vrtiću, tako i u školi) je najprije ispitivana zadacima s neutralnim situacijskim kontekstom, a zatim zadacima sa smislenijim, dok je druga polovica djece najprije ispitivana zadacima sa smislenijim pa onda zadacima s neutralnim kontekstom.

U prvom navratu su eksperimentatorice naizmjenice zadavale jednom djetetu A verziju zadataka, a slijedećem B verziju. U drugom navratu, eksperimentatorice su imale popis ispitane djece te navedenu verziju (A ili B) i vrstu situacijskog konteksta kojom je dijete prvi put ispitano. Pri drugom ispitivanju eksperimentatorica je djetetu zadala

suprotni situacijski kontekst, ali istu verziju zadataka. Dakle dijete koje je prvi put ispitano zadacima s neutralnim kontekstom, verzijom A, drugi je put ispitano zadacima sa smislenijim kontekstom, ponovno verzijom A.

Djeca su ispitivana za vrijeme nastave odnosno boravka u vrtiću. Eksperimentatorica bi došla po dijete i odvela ga u posebnu prostoriju predviđenu za provođenje ispitivanja. Eksperimentatorica i dijete su u prostoriji bili sami. Ispitivanje je, ovisno o djetetu trajalo 10 do 20 minuta.

Na početku ispitivanja eksperimentatorica se djetetu predstavila, pitala ga za njegovo ime i prezime, dob i razred te u list za odgovore upisala podatke o djetetu, svoje ime i prezime, datum i šifru protokola.

Zatim je eksperimentatorica djetetu dala uputu:

«Ovim ispitivanjem želimo otkriti kako djeca rješavaju neke matematičke zadatke. Zato ćemo i tebe zamoliti da nam u tome pomogneš. Hoćeš li?»

Sada ćeš riješiti nekoliko zadataka. Ja ću ti svaki zadatak pročitati. Trebaš pažljivo slušati, a kad ja završim sa čitanjem zadatka, razmisli i reci mi svoj odgovor. Ja ću tvoj odgovor zapisati. Znači ti ne trebaš ništa pisati.

Zatim ćeš mi objasniti kako si to izračunao/la.

Kad završimo s jednim zadatkom, prijeći ćemo na slijedeći. Neki će zadaci biti lakši, neki teži pa ako ne budeš znao/la odgovor, reci, i prijeći ćemo na slijedeći zadatak.

Najprije ćemo zajedno riješiti primjer.»

Eksperimentatorica bi djetetu pročitala primjer. Ako dijete nije znalo riješiti primjer, polako bi mu čitala rečenicu po rečenicu, ali ako dijete ni nakon toga ne bi

riješilo zadatak prešla bi na testiranje. Prije početka eksperimentatorica je još upitala dijete:

«Je li ti sve jasno? Možemo li početi?»

Nakon toga bi eksperimentatorica uključila diktafon, rekla djetetovo ime, prezime i razred, odnosno grupu te ime škole tj. vrtića i počela sa čitanjem zadataka.

Nakon svakog odgovora eksperimentatorica bi dijete pitala kako je to izračunalo te bi odgovor i objašnjenje upisala u list za odgovore.

Eksperimentatorice tokom ispitivanja ni na koji način nisu smjele pomagati ispitanicima. Bez komentara su upisivale njihove odgovore bili oni točni ili ne.

Ako dijete nakon 30 sekundi rješavanja ne bi dalo nikakav odgovor, eksperimentatorica bi ga upitala: *«Možeš li riješiti ovaj zadatak?»*. Ako bi dijete odgovorilo da može pričekalo se još 30 sekundi te se onda išlo dalje, a ako bi odgovorilo da ne može odmah se prešlo na slijedeći zadatak.

Zadatak je djetetu čitan najviše 3 puta (ako je bilo potrebno), a ako ni nakon trećeg puta nije razumjelo zadatak, prelazilo se na slijedeći. Ako dijete nije znalo odgovoriti na prva 4 zadatka, ispitivanje tog učenika je završeno.

Ako bi se dogodilo da dijete odgovori na prve zadatke, a onda zakaže negdje u toku testiranja i ne odgovori na četiri pitanja za redom npr. ne zna odgovor na 6., 7., 8. i 9. pitanje, eksperimentatorica bi ga pustila da se malo odmori te nastavila s testiranjem. Ako ni onda ne bi znalo odgovor na slijedeća 3 pitanja za redom, prekinula bi testiranje.

4. REZULTATI

4.1. Središnje vrijednosti i raspršenja rezultata po zadacima

Prije analize vezane uz postavljene probleme promotrit ćemo koliko uspješno su djeca rješavala pojedine problemske zadatke. U tablici 2. navedene su aritmetičke sredine i standardne devijacije za svaki problemski zadatak i to odvojeno za predškolce i za djecu 1. razreda te za neutralni i smisleniji kontekst.

Kako su zadaci bodovani s 1 bod ako je dijete odgovorilo točno, odnosno s 0 bodova ako je odgovorilo pogrešno, aritmetičke sredine ujedno su i proporcije točnih odgovora.

Iz tablice je očito da su učenici 1. razreda uspješnije rješavali problemske zadatke od predškolaca. Također se može primjetiti da su kod predškolaca aritmetičke sredine zadataka u oba konteksta podjednake dok su kod 1. razreda razlike veće. Npr. za zadatak P3-Z1 proporcija točnih odgovora u neutralnom kontekstu je 0.68, a u smislenijem 0.80.

Uradak predškolaca je slab, proporcije točnih odgovora kreću se od 0.34 za zadatak P1-Z1 u oba konteksta do svega 0.13 za zadatak P6-Z1 u smislenijem kontekstu.

Učenici 1. razreda su relativno uspješno rješavali problemske zadatke. Proporcija njihovih odgovora seže do 0.80 za P3-Z1 u smislenijem kontekstu. Njima su najteži bili zadaci usporedbe sa nepoznatim referentnim skupom (U5) kod kojih se proporcije kreću od 0.25 za U5-Z4 u neutralnom kontekstu do 0.39 za U5-Z3 u smislenijem kontekstu.

Tablica 2. Aritmetičke sredine (M) i standardne devijacije (SD) uratka u pojedinim zadacima promjene i usporedbe za oba situacijska konteksta (neutralni i smisleniji) za predškolce (N=67) i 1. razred osnovne škole (N=79). U prilogu C je popis svih zadataka sa pridruženim kraticama koje su korištene u tablici.

Zadatak		Predškolci		1. razred	
		Neutralni k.	Smisleniji k.	Neutralni k.	Smisleniji k.
P3-Z1	M	.34	.34	.68	.80
	SD	.48	.48	.47	.40
P3-Z2	M	.28	.24	.68	.75
	SD	.45	.43	.47	.44
P3-Z3	M	.28	.27	.73	.76
	SD	.45	.45	.44	.43
P3-Z4	M	.22	.27	.70	.71
	SD	.42	.45	.46	.46
P6-Z1	M	.18	.13	.51	.65
	SD	.39	.34	.50	.48
P6-Z2	M	.30	.24	.66	.70
	SD	.46	.43	.48	.46
P6-Z3	M	.21	.21	.53	.51
	SD	.41	.41	.50	.50
P6-Z4	M	.22	.19	.59	.59
	SD	.42	.40	.49	.49
U3-Z1	M	.22	.27	.70	.76
	SD	.42	.45	.46	.43
U3-Z2	M	.25	.19	.66	.77
	SD	.44	.40	.48	.42
U3-Z3	M	.19	.25	.70	.76
	SD	.40	.44	.46	.43
U3-Z4	M	.24	.24	.63	.72
	SD	.43	.43	.49	.45
U5-Z1	M	.21	.16	.33	.38
	SD	.41	.37	.47	.49
U5-Z2	M	.15	.22	.39	.42
	SD	.36	.42	.49	.50
U5-Z3	M	.22	.21	.39	.39
	SD	.42	.41	.49	.49
U5-Z4	M	.16	.18	.25	.28
	SD	.37	.39	.44	.45

4.2. Provjera utjecaja spola na uradak u problemskim matematičkim zadacima

Prema nalazima iz literature (Hyde i sur., 1990.) na uzrastu od 5 do 10 godina nema razlike između dječaka i djevojčica u uratku u problemskim matematičkim zadacima.

Na osnovu toga ne očekujemo da će se pojaviti razlika u uratku ovisno o spolu, ali ipak smo to provjerili kako bismo mogli zajedno analizirati podatke dječaka (N=84) i djevojčica (N=62).

Složena analiza varijance s djelomično zavisnim uzorkom je pokazala da se djevojčice i dječaci ne razlikuju u uratku na problemskim matematičkim zadacima ($F=.118$; $p=.732$)

4.3. Provjera utjecaja dobi, vrste zadatka i situacijskog konteksta na uradak u problemskim matematičkim zadacima

U ispitivanju je mjereno uradak djece predškolske dobi i učenika 1. razreda osnovne škole na dvije vrste problemskih zadataka. Djeca su ispitana u dva navrata, jedanput zadacima s neutralnim, a jedanput zadacima sa smislenijim kontekstom. Eksperimentalni nacrt je $2 \times 2 \times 2$ (2 dobne skupine \times 2 vrste problemskih zadataka \times 2 razine situacijskog konteksta).

Kako se testiranjem normaliteta distribucija Kolmogorov-Smirnovljevim testom pokazalo da distribucije rezultata nisu normalne nije u potpunosti opravdano koristiti parametrijsku statistiku za testiranje razlika među rezultatima.

Međutim, budući da nas zanimaju interakcije među varijablama koje nije moguće ispitati neparametrijskom statistikom ipak smo izračunali složenu analizu varijance s djelomično zavisnim uzorkom. Dobivene rezultate, zbog navedenih razloga treba tumačiti krajnje oprezno. Kako bismo ipak povećali sigurnost u dobivene rezultate, pojedine razlike provjerili smo neparametrijskim testovima, rezultati kojih se nalaze u prilogu D.

U tablici 3. prikazani su prosječni uradci i raspršenja rezultata za svaku dobnu skupinu u dvije vrste zadataka u dva situacijska konteksta, a u tablici 4. rezultati provedene analize varijance.

Tablica 3. Prosječne vrijednosti uratka (M i SD) u zadacima promjene i usporedbe u dva situacijska konteksta za dvije dobi (N=146) te ukupni rezultati za pojedinu vrstu zadataka, pojedini kontekst i pojedinu dob.

Vrsta zadataka	Predškolci		1. razred		Ukupno	
	Neutralni k.	Smisleniji k.	Neutralni k.	Smisleniji k.		
Promjena	M	2.04	1.90	5,09	5,46	7.51
	SD	2.29	1.82	2,38	2,32	5.28
Usporedba	M	1.66	1.73	4,05	4,48	6.17
	SD	1.67	2.08	2,40	2,41	4.77
	M	7.33		19.08		
	SD	6.57		8.13		

Neutralni k.	
M	6.64
SD	4.81

Smisleniji k.	
M	7.04
SD	5.00

Iz tablice 4. se vidi da je složena analiza varijance s djelomično zavisnim uzorkom pokazala značajnim glavni efekt dobi i glavni efekt vrste zadatka te interakciju dobi i konteksta i interakciju dobi i vrste zadatka.

Tablica 4. Rezultati složene analize varijance s djelomično zavisnim uzorkom za eksperimentalni nacrt 2 x 2 x 2 (dob x situacijski kontekst x vrsta zadatka).

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata (SS)	Stupnjevi slobode (DF)	Srednji kvadrat (MS)	F	p
DOB					
unutar	2000.080	144	13.889	90.054	.000
dob	1250.797	1	1250.797		
SITUACIJSKI KONTEKST					
unutar	230.847	144	1.603	2.954	.088
kontekst	4.736	1	4.736		
VRSTA ZADATKA					
unutar	399.389	144	2.774	21.498	.000
vrsta	59.625	1	59.625		
DOB x KONTEKST					
unutar				4.300	.040
dob x kontekst	6.893	1	6.893		
DOB x VRSTA ZADATKA					
unutar				6.970	.009
dob x vrsta zadatka	19.331	1	19.331		
KONTEKST x VRSTA ZADATKA					
unutar	172.581	144	1.198	.624	.431
kontekst x vrsta	.747	1	.747		
DOB x KONTEKST x VRSTA ZADATKA					
unutar				.195	.659
dob x kontekst x vrsta	.234	1	.234		

Glavni efekti

Značajnim se pokazao glavni efekt dobi. Uradak učenika 1. razreda u problemskim zadacima ($M=19.08$; $SD=8.13$) je značajno bolji od uratka predškolaca ($M=7.33$; $SD=6.57$).

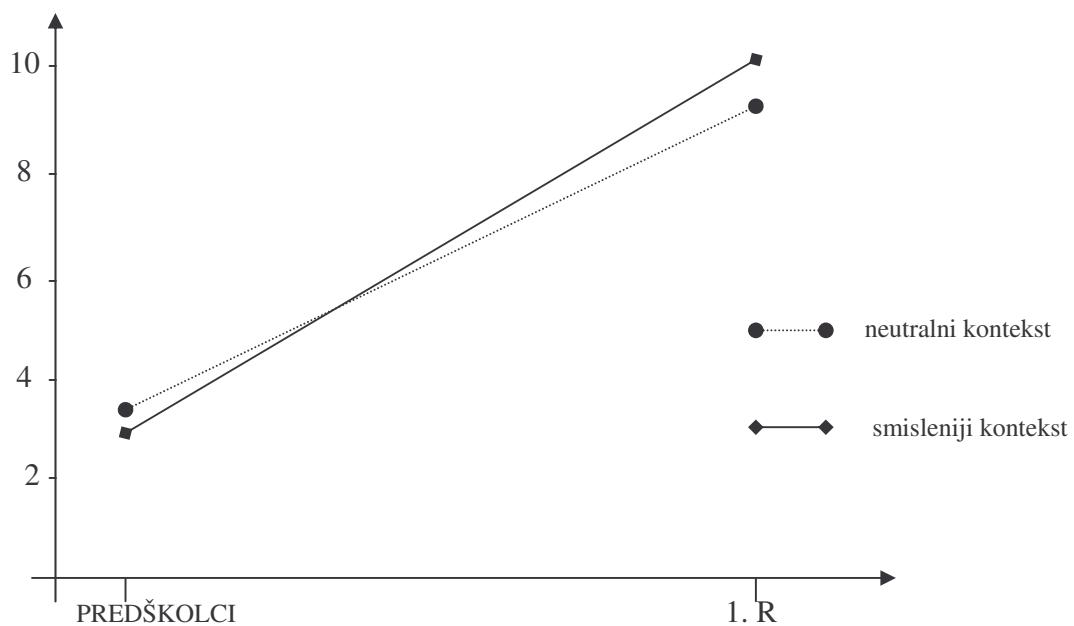
Utvrđeno je da glavni efekt konteksta nije značajan. Uradak u zadacima s neutralnim kontekstom ($M_N=6.64$; $SD=4.81$) ne razlikuje se statistički značajno od uratka u zadacima sa smislenijim kontekstom ($M_S=7.04$; $SD=5.00$).

Značajnim se pokazao i glavni efekt vrste zadatka. Uradak u zadacima promjene ($M_P=7.51$; $SD=5.28$) statistički je značajno bolji od uratka u zadacima usporedbe ($M_U=6.17$; $SD=4.77$).

Interakcije faktora

Analiza interakcija pokazuje da su statistički značajne dvije dvosmjerne interakcije.

Značajnom se pokazala interakcija dobi i situacijskog konteksta. Dobivena interakcija prikazana je na slici 3.



Slika 3. Prosječan uradak djece predškolske dobi ($N=67$) i učenika 1. razreda ($N=79$) u zadacima s neutralnim i smislenijim situacijskim kontekstom.

U tablici 5. navedene su prosječne vrijednosti uratka predškolaca i učenika 1. razreda i raspršenja rezultata u dva situacijska konteksta.

Tablica 5. Prosječne vrijednosti uratka (M i SD) u dvije vrste situacijskog konteksta (neutralnom i smislenijem) za predškolce (N=67) i 1. razred (N=79).

Kontekst		Predškolci	1. r
Neutralni	M	3.70	9.14
	SD	3.44	4.39
Smisleniji	M	3.63	9.94
	SD	3.44	4.24

T-testovi su pokazali da postoji statistički značajna razlika u uratku između predškolaca i 1. razreda kako u neutralnom ($t=-8.226$; $df=144$; $p=.000$), tako i u smislenijem situacijskom kontekstu ($t=-9.764$; $df=144$; $p=.000$). Uradak predškolaca u neutralnom situacijskom kontekstu je značajno lošiji od uratka učenika 1. razreda u smislenijem kontekstu ($t=-9.811$; $df=144$; $p=.000$), a isto tako je i uradak predškolaca u smislenijem kontekstu značajno lošiji od uratka 1. razreda u neutralnom kontekstu ($t=-8.489$; $df=144$; $p=.000$).

Kod predškolaca nema statistički značajne razlike u uratku između dva situacijska konteksta ($t=.303$; $df=66$; $p=.763$), a kod učenika 1. razreda postoji statistički značajna razlika u uratku između neutralnog i smislenijeg situacijskog konteksta ($t=-2.446$; $df=78$; $p=.017$).

Kako je utvrđeno da distribucije rezultata predškolaca u svim varijablama na sličan način odstupaju od normalne distribucije, provedena je posebna analiza varijance za zavisne uzorke na rezultatima predškolaca. Rezultati posebne analize varijance se mogu naći u prilogu E.

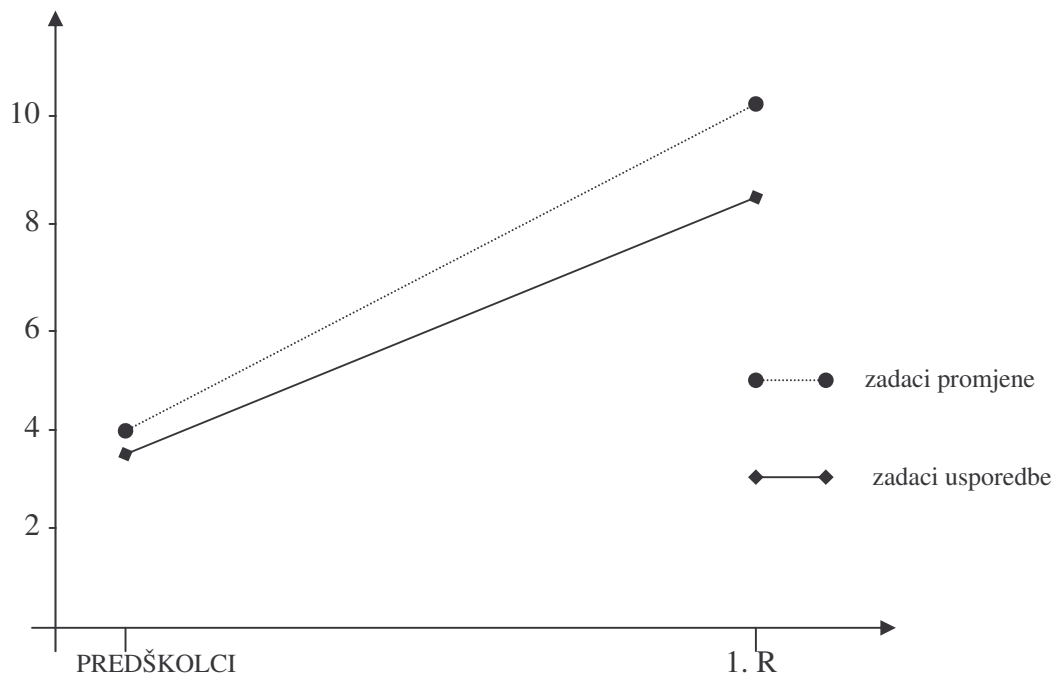
Složena analiza varijance za zavisne uzorke pokazala je da ne postoji glavni efekt situacijskog konteksta ($F=.092$; $df=1/66$; $p=.763$).

Složena analiza varijance za zavisne uzorke provedena posebno na rezultatima učenika 1. razreda (rezultati u prilogu E) pokazala je glavni efekt situacijskog konteksta ($F=5.985; 1/78, p=.017$).

Za učenike 1. razreda provjerena je razlika u uratku između dvije razine situacijskog konteksta za svaku vrsta zadataka posebno. Ovo je učinjeno jer krivulje rezultata učenika 1. razreda za zadatke promjene u neutralnom i smislenijem kontekstu na sličan način odstupaju od normalne, a za zadatke usporedbe krivulje su normalne.

Dobiveni rezultati su na granici značajnosti kako za zadatke promjene ($F=3.484; df=1/78; p=.066$) tako i za zadatke usporedbe ($F=3.813; df=1/78; p=.054$)

Druga statistički značajna interakcija je interakcija dobi i vrste zadatka. Ova interakcija prikazana je na slici 4.



Slika 4. Prosječan uradak u zadacima promjene i usporedbe djece predškolske dobi ($N=67$) i učenika 1. razreda ($N=79$).

U tablici 6. navedene su prosječne vrijednosti uratka predškolaca i učenika 1. razreda i raspršenja rezultata za zadatke promjene i zadatke usporedbe.

Tablica 6. Prosječne vrijednosti uratka (M i SD) u zadacima promjene i usporedbe za predškolce (N=67) i 1. razred (N=79).

Vrsta zadatka		Predškolci	1. r
Promjena	M	3.94	10.54
	SD	3.83	4.37
Usporedba	M	3.39	8.53
	SD	3.56	4.40

T-testovi su pokazali da je u obje vrste zadataka uradak predškolaca slabiji od uratka učenika 1. razreda. Uradak predškolaca u zadacima promjene je statistički značajno lošiji od uratka 1. razreda ($t=-9.630$; $df=144$; $p=.000$), a isto vrijedi i za zadatke usporedbe ($t=-7.677$; $df=144$; $p=.000$). Predškolci zadatke promjene također rješavaju značajno lošije nego 1. razred zadatke usporedbe ($t=-6.738$; $df=144$; $p=.000$), a zadatke usporedbe značajno lošije nego 1. razred zadatke promjene ($t=-10.893$; $df=144$; $p=.000$).

Kod predškolaca nema razlike u uratku u zadacima promjene i usporedbe ($t=1.339$; $df=66$; $p=.185$), a učenici prvog razreda zadatke promjene rješavaju značajno uspješnije od zadataka usporedbe ($t=5.435$, $df=66$; $p=.000$).

Ovi podaci su potvrđeni i analizama varijance provedenim za svaku dob posebno (prilog E). Kod predškolaca analiza varijance nije pokazala statistički značajan efekt vrste zadatka ($F=1.792$; $df=1/66$; $p=.185$), dok kod učenika 1. razreda taj efekt postoji ($F=29.540$; $df=1/78$; $p=.000$).

Složena analiza varijance s djelomično zavisnom uzorkom pokazala je da interakcija vrste zadatka i situacijskog konteksta nije statistički značajna, a odvojene

analize varijance su pokazale da niti u jednoj dobnoj skupini ta interakcija nije statistički značajna.

Značajnom se nije pokazala niti trostruka interakcija dobi, situacijskog konteksta i vrste zadatka.

5. RASPRAVA

5.1. Dječji uradak u problemskim matematičkim zadacima

Dječji uradak je ispitan na 8 zadataka promjene i 8 zadataka usporedbe u dva navrata.

Kako bismo bili sigurni da rezultate dječaka i djevojčica možemo promatrati zajedno, ispitali smo utjecaj spola na rješavanje problemskih zadataka. Pokazalo se da spol nema utjecaja na uradak. To smo i očekivali jer prema nalazima iz literature (Hyde i sur., 1990.) na uzorku iz opće populacije se ne nalaze razlike između djevojčica i dječaka u dobi od 5 do 10 godina u uratku u problemskim matematičkim zadacima.

U tablici 2. nalaze se prosječni uradci po zadatku odnosno proporcije točnih odgovora. Za predškolce su proporcije niske i kreću se od 0.18 do 0.34 dok su za učenike 1. razreda proporcije visoke osim za zadatke U5. Naime dok se za zadatke P3, P6, U3, proporcije ne spuštaju ispod 0.50 (od 0.51 do 0.80), za zadatke U5 proporcije su od 0.28 do 0.42.

Rezultati dobiveni za predškolce uglavnom su slični rezultatima koje su dobili drugi autori (Riley, 1981., prema Riley i sur., 1983.; Riley i Greeno, 1988.). Npr. ako se naši rezultati usporede s rezultatima Riley i Greena (1988.), koji su također dobiveni bez upotrebe pomoćnih objekata kao i naši, vidimo da za zadatak P3 naše proporcije iznose od 0.12 do 0.34, a kod njih 0.22, za zadatak P6 to je 0.18 do 0.30 naspram 0.17. Za učenike 1. razreda naši rezultati su nešto viši od njihovih (npr. za zadatak P6 od 0.51 do 0.66 nasuprot 0.39), ali ne toliko visoki kao rezultati učenika 1. razreda koje je dobila

Vlahović Štetić (1996.) u svom istraživanju. Proporcije rezultata u njezinom istraživanju za zadatke promjene i usporedbe se kreću od 0.39 do 0.95 u neutralnom kontekstu i od 0.41 do 0.98 u smislenijem situacijskom kontekstu. Kod nas se te proporcije kreću od 0.25 do 0.73 za neutralan kontekst te od 0.28 do 0.80 za smisleniji kontekst. Kako je naše istraživanje provedeno krajem školske godine kao i autoričino, razliku nije moguće pripisati različitom stupnju uvježbanosti u rješavanju problemskih matematičkih zadataka koji varira tokom školske godine. Međutim u tom istraživanju postoje neke metodološke razlike. Naime, učenici su pred sobom imali listić s napisanim zadatkom te su uz slušanje eksperimentatorice, zadatak mogli pratiti i na papiru, što im je moglo olakšati pamćenje i računanje. Moguće je da su zbog toga učenici u tom istraživanju postigli bolje rezultate.

5.2. Uradak djece različite dobi

Već je na osnovu proporcija uratka u pojedinom zadatku uočena razlika između učenika 1. razreda i predškolaca. Analiza rezultata je pokazala da su učenici 1. razreda ($M=19.08$) značajno uspješniji u rješavanju problemskih matematičkih zadataka od predškolaca ($M=7.33$) što je potvrdilo našu hipotezu.

Ovakav rezultat u skladu je dosadašnjim istraživanjima i Piagetovom razvojnom teorijom. Dijete u predškolskoj dobi je još u predoperacijskom periodu, ono može mentalno predočavati objekte, ali logička manipulacija mentalnim reprezentacijama još nije moguća jer se ona razvija tek u periodu konkretnih operacija.

Istraživanja (Riley,1981., prema Riley i sur, 1983., Riley i Greeno, 1988., Hudson, 1980., prema Riley i sur., 1983.) pokazuju da je uradak učenika prvog razreda bolji od uratka predškolaca.

Ovakav rezultat u skladu je i s Rileyinim modelom prema kojem djeca na razini modela 1 rješavaju uspješno prva dva zadatka od svake vrste, a ostale ne. Za predškolce možemo pretpostaviti da su na najnižoj razini rješavanja tj. da njihovo znanje odgovara modelu 1, a kako smo mi u našem radu upotrebljavali zadatke P3, P6, U3, U5, koji bi se trebali uspješno rješavati na razinama modela 2 i modela 3, za očekivati je da će uradak u tim zadacima kod predškolaca biti slab i da će učenici 1. razreda tu biti uspješniji.

Ovaj rezultat u skladu je i s Reusserovim modelom, koji nas ponajviše zanima. Kako možemo pretpostaviti da predškolci imaju slabije lingvističko znanje od učenika u 1. razredu te da je njihova sposobnost razumijevanja slabija, možemo očekivati slabije razumijevanje situacije u zadatku. Razumijevanje situacije je, prema Reusserovom modelu, najvažnije za dobar uradak pa ako je ono slabo i uradak će biti slab.

5.3. Uradak u problemskim zadacima različite vrste

Svako dijete u našem istraživanju je riješilo ukupno 16 zadataka promjene i 16 zadataka usporedbe. Problemski zadaci promjene ($M=7.51$) su statistički značajno lakši od problemskih zadataka usporedbe ($M=6.17$).

Ovakav rezultat smo i očekivali i on je u skladu s podacima drugih empirijskih istraživanja (Riley,1981., prema Riley i sur.,1983.; Riley i Greeno,1988.; Kišak, 1999.). Sva su istraživanja pokazala da su zadaci usporedbe najteža vrsta problemskih zadataka.

Prema Rileyinom matematičko-logičkom modelu zadaci upotrijebljeni u ovom istraživanju bi se trebali rješavati na razini modela 2 i modela 3. Isto vrijedi za zadatke promjene i za zadatke usporedbe koji su ovdje upotrijebljeni. Prema tome bi ti zadaci trebali biti jednako uspješno rješavani, međutim nisu. Dakle, nalazi ovog istraživanja nisu u skladu s pretpostavkama matematičko-logičkog modela. Međutim ni Riley i Greeno (1988.) u svom istraživanju nisu kod predškolaca i učenika 1. razreda dobili potvrdu svog modela. U tom slučaju oni pribjegavaju objašnjenju lingvističkim faktorima. Djeca vjerojatno imaju poteškoća s razumijevanjem rečenica poput «Koliko je više x-a od y-a?»

Tome u prilog ide i Hudsonovo istraživanje (1983.) koje je pokazalo da jasnija formulacija teksta u zadatku omogućuje uspješnije odgovaranje. Djeca tako znaju odgovoriti koliko ptica neće dobiti crva iako ne znaju odgovoriti koliko ima više ptica nego crvi.

Reusser (1989.) smatra da do povećanja uspješnosti u drugoj situaciji Hudsonovog istraživanja dolazi jer si djeca mogu lakše predočiti situaciju u zadatku. Prema Reusseru za uspješno rješavanje problemskih zadataka ključno je razumijevanje situacije i lingvističko znanje.

Može se pretpostaviti da su djeca slabije rješavala zadatke usporedbe jer im je bilo teže razumjeti situaciju ili specifične riječi u zadacima.

5.4. Uradak u problemskim zadacima različitog situacijskog konteksta

Prema postavkama Reusserovog modela (1989.) dodatno osmišljavanje situacije u zadatku olakšava stvaranje situacijskog modela problema u fazi razumijevanja situacije i time omogućuje bolji uradak.

Mi smo dodatno osmišljavanje situacije u zadatku postigli dodavanjem uvodne rečenice na početku zadatka, kojom se radnju zadatka smješta u neki širi okvir, te zamjenom imena jednog lika njegovim odnosom prema liku koji je imenovan (npr. brat, sestra, prijatelj...).

U zadacima u neutralnom kontekstu imenovana su dva lika, definirani su skupovi objekata i odnosi među njima.

Rezultati analiza su pokazali da se uradak u zadacima s neutralnim kontekstom ($M=6.64$) statistički značajno ne razlikuje od uratka u zadacima sa smislenijim kontekstom ($M=7.04$). Ovakav nalaz nije u skladu s hipotezom koju smo postavili, a koja se temeljila na Reusserovom SPR modelu.

Na osnovu toga mogli bismo zaključiti da razumijevanje situacije u pozadini radnje zadatka nije relevantno za dječji uradak, što bi bilo u suprotnosti s drugim istraživanjima koja su provjeravala kako dodatno osmišljavanje djeluje na uradak (Annand i Ross, 1987.; Reusser, 1989.; Davis-Dorsey i sur., 1991.).

Moguće je da je naše osmišljavanje bilo i suviše oskudno da bi pridonijelo boljem razumijevanju situacije. Naime, u navedenim istraživanjima se svakom ispitaniku pristupalo individualno kod osmišljavanja situacije na način da su u zadatke unesena

imena stvarnih ispitanikovih prijatelja, spomenute su stvari koje ispitanik najviše voli (npr. najdraži film). Ovakvo osmišljavanje može biti produktivnije od našeg.

Lakoća, odnosno težina zadatka može utjecati na to hoće li dijete imati koristi od dodatnog osmišljavanja situacije u zadatku. U istraživanju Vlahović Štetić (1996.) se utjecaj situacijskog konteksta nije pojavio kod zadataka promjene i kombiniranja koji su djeci bili relativno lagani, ali se pojavio kod zadataka usporedbe koji su djeci bili teži. Autorica objašnjava da u laganim zadacima djeca razumiju situaciju i ako griješe to je zbog teškoća u nekoj drugoj makrostrategiji, a ne u razumijevanju situacije.

Mi bismo za naše rezultate mogli pretpostaviti suprotno, da su zadaci djeci bili preteški. Ako djeca nisu savladala osnovne aritmetičke operacije ili nemaju osnovna matematičko-logička znanja, dodatno osmišljavanje im ne može pomoći jer će ona i dalje griješiti u fazi računanja ili matematizacije. Kako su u našem uzorku bila i vrtićka djeca, možemo pretpostaviti da ona nemaju dovoljno konceptualnih matematičkih znanja ili da je njihovo računanje još slabo te stoga nisu profitirala od dodatnog osmišljavanja situacije, a kao rezultat toga se pokazalo da situacijski kontekst nema utjecaja na uradak. Interakcija koja je dobivena između dobi i konteksta ide u prilog ovoj pretpostavci.

5.5. Interakcija dobi i vrste zadatka

Statistički značajna interakcija dobi i vrste zadatka pokazuje da kod predškolaca nema razlike u uratku između dvije vrste zadataka ($M_P=3.94; M_U=3.39$), dok je kod učenika 1. razreda uradak u zadacima usporedbe ($M=8.53$) statistički značajno lošiji od uratka u zadacima promjene ($M=10.54$).

Ovu interakciju nismo očekivali. Prema nalazima iz literature (Riley,1981., prema Riley i sur.,1983.; Riley i Greeno,1988.) zadaci usporedbe su najteži za sve dobne skupine i premda se uradak poboljšava relativna težina ostaje stalna. Dakle, u obje dobne skupine bi uradak trebao biti bolji za zadatke promjene. U našem slučaju, ovo vrijedi samo za učenike 1. razreda dok su djeci predškolske dobi zadaci promjene i usporedbe jednako teški.

Skloni smo ovakav rezultat objasniti zadacima koji su upotrijebljeni. Kako je već navedeno, zadaci koje smo upotrijebili na razini su Rileyinih modela 2 i 3, a pretpostavljamo da predškolci još uopće ne rješavaju zadatke na toj razini i da bi se razlika javila da su upotrijebljena prva dva zadatka iz svake skupine koji su na razini modela 1.

5.6. Interakcija dobi i situacijskog konteksta

Analizom je dobivena interakcija dobi i situacijskog konteksta. Kod učenika 1. razreda postoji statistički značajna razlika u uratku između dva situacijska konteksta, pri čemu je uradak u zadacima sa smislenijim situacijskim kontekstom ($M=9.94$) statistički značajno bolji od uratka u neutralnom situacijskom kontekstu ($M=9.14$).

Učenici 1. razreda uspješnije su rješavali zadatke sa smislenijim situacijskim kontekstom što ide u prilog glavnoj postavci Reusserovog modela da će dodatno osmišljavanje olakšati razumijevanje situacije i tako poboljšati uradak.

Kod djece predškolske dobi nema razlike u uratku na dvije razine situacijskog konteksta ($M_N=3.70$; $M_S=3.63$) što nije u skladu s Reusserovom temeljnom

pretpostavkom da će dodatno osmišljavanje omogućiti bolje razumijevanje situacije u zadatku, ali predškolcima su ovi zadaci bili teški. To se vidi iz niskih proporcija na pojedinim zadacima (tablica 2.). Pretpostavljamo da njihov loš uradak proizlazi iz poteškoća u drugim makrostrategijama te da stoga dodatno osmišljavanje nije moglo pridonijeti boljem uratku.

5.7. Interakcija konteksta i vrste zadatka i interakcija dobi, konteksta i vrste zadatka

Interakcija konteksta i vrste zadatka te interakcija dobi, konteksta i vrste zadatka se nisu pokazale statistički značajnima.

Nisu potvrđene hipoteze o većem utjecaju situacijskog konteksta na uradak u zadacima usporedbe kod djece u 1. razredu. Kontekst je povoljno djelovao na uradak u obje vrste zadataka ($M_{PN}=5.09$; $M_{PS}=5.46$; $M_{UN}=4.05$; $M_{US}=4.48$).

Očekivali smo da će efekt kod zadataka promjene biti manji zbog njihove lakoće. Ova je pretpostavka postavljena na temelju istraživanja Vlahović Štetić (1996.). Autorica je nepostojanje utjecaja konteksta kod zadataka promjene objasnila lakoćom zadataka tj. smatra da učenici već dovoljno razumiju situaciju u zadatku i da im dodatno osmišljavanje situacije stoga ne koristi.

Ovo istraživanje je pokazalo da kontekst ima povoljan utjecaj na uradak u zadacima promjene iako oni jesu lakši od zadataka usporedbe. Dakle, unatoč lakoći ovih zadataka, još uvijek se razumijevanje situacije može poboljšati, a time poboljšati i uradak.

Isto tako nije potvrđena hipoteza o poboljšanju uratka kod predškolaca u obje vrste zadataka u smislenijem kontekstu ($M_{PN}=2.04$; $M_{PS}=1.90$; $M_{UN}=1.66$; $M_{US}=1.73$). Oni su vjerojatno imali problema u nekoj drugoj makrostrategiji pa se zbog toga utjecaj konteksta nije mogao pojaviti.

5.8. Završno razmatranje

Provedenim istraživanjem potvrđeno je da su učenici u 1. razredu statistički značajno uspješniji u rješavanju problemskih matematičkih zadataka od predškolaca. Djeca u 1. razredu su na višoj razini kognitivnog razvoja i tokom prve godine školovanja su usvojili nova matematička znanja te imali prilike vježbati problemske zadatke pa je stoga i za očekivati da će biti uspješniji od predškolske djece.

Zbog velikih razlika koje su dobivene između rezultata predškolaca i učenika 1. razreda, te je rezultate najbolje promatrati odvojeno.

Utvdili smo da su problemski zadaci djeci predškolske dobi bili teški te vjerojatno iz tog razloga nismo dobili nikakve predviđene efekte.

Očekivali smo da će predškolcima zadaci biti teži nego učenicima 1. razreda te da će upravo zbog toga smisleniji situacijski kontekst imati utjecaja na obje vrste zadataka. Čini se da su za djecu te dobi zadaci ipak bili preteški i da njihov neuspjeh proizlazi iz nekih drugih razloga koje Reusser navodi kao ključne za uspješno rješavanje, kao npr. aritmetičke vještine i konceptualno matematičko-logičko znanje. Dodatno osmišljavanje situacije u zadatku ne može prevladati probleme koji nastaju zbog nedostatka navedenih vještina.

Bilo bi zanimljivo proučiti koju vrstu pogrešaka su djeca činila jer bi to dalo dodatnu informaciju o tome što uzrokuje njihov neuspjeh. Pri tome bi pogreška u računu ukazivala na nedostatak aritmetičkih vještina dok bi upotreba pogrešne operacije upućivala da se radi o nerazumijevanju situacije u zadatku.

Kod učenika 1. razreda se pokazalo, očekivano, da su zadaci usporedbe teži od zadataka promjene i potvrđen je utjecaj situacijskog konteksta na uradak. Nije potvrđeno naše očekivanje da će smisleniji situacijski kontekst više poboljšati uradak u zadacima usporedbe. Čini se da dodatno osmišljavanje situacije pomaže pri rješavanju lakših i težih zadataka, zadataka promjene i zadataka usporedbe, podjednako.

Možemo reći da smo ovim istraživanjem potvrdili Reusserovu temeljnu pretpostavku da će osmišljavanje situacije u zadatku olakšati stvaranje situacijskog modela problema, barem što se tiče djece u 1. razredu. Naše dodatno osmišljavanje situacije sastojalo se od vrlo malo varijacija u odnosu na klasičan zadatak, a ipak je djeci značajno olakšalo dolazak do rješenja.

6. ZAKLJUČCI

Ispitan je uradak 67 djece predškolske dobi i 79 djece 1. razreda u problemskim matematičkim zadacima. Nastojalo se provjeriti koliko uspješno djeca rješavaju problemske zadatke s obzirom na dob, vrstu zadatka, razinu situacijskog konteksta u zadatku te pri kombinaciji ovih faktora.

Na temelju rezultata istraživanja mogu se izvesti sljedeći zaključci:

Provjera uspješnosti rješavanja problemskih zadataka u funkciji:

1. dobi pokazuje da je uradak djece 1. razreda bolji od uradka djece predškolske dobi;
2. vrste zadatka potvrđuje da djeca uspješnije rješavaju zadatke promjene od zadataka usporedbe;
3. situacijskog konteksta u zadatku pokazuje da se dječji uradak u zadacima sa smislenijim situacijskim kontekstom ne razlikuje od uradka u zadacima s neutralnim kontekstom;
4. interakcije dobi, vrste zadatka i situacijskog konteksta je pokazala da je smisleniji situacijski kontekst poboljšao uradak učenika 1. razreda u obje vrste zadataka, a da kod djece predškolske dobi smisleniji situacijski kontekst nije poboljšao uradak niti u jednoj vrsti problemskih zadataka.

7. LITERATURA

Anand, P. G. i Ross, S. M. (1987.). Using computer-assisted instruction to personalize arithmetic materials for elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, 79, 1, 72-78.

Davis-Dorsey, J., Ross, S.M. i Morrison, G.R. (1991.). The Role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 83, 1, 61-68.

De Corte, E. i Verschaffel, L. (1987.). Using retelling data to study young children's word-problem solving. U: J.A. Sloboda i D. Rogers (Ur.), *Cognitive processes in mathematics* (42-59), Oxford, England, Claredon press.

Hudson, T. (1983.). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child Development*, 54, 84-90.

Hyde, J.S., Fennema, E. i Lamon, S.J. (1990.). Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, 2, 139-155.

Kišak, M. (1999.). Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka promjene i usporedbe. Diplomski radnja, Filozofski fakultet, Odsjek za psihologiju, Zagreb.

Klein, A. i Starkey, P. (1987.). The origins and development of numerical cognition: A comparative analysis. U: J.A. Sloboda i D. Rogers (Ur.), *Cognitive processes in mathematics*, (1-25), Oxford, England, Claredon Press.

Liebeck, P. (1995.). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb, Educa.

- Reusser, K. (1989.). Tekstual and situational faktors in solving mathematical word problems. (Research Rep. No 7), Bern, Universitat Bern.
- Reusser, K. (1990.). From text situation to equation: On formulating, understanding and solving mathematical word problems. U: Mandl, N. Bennett, E. De Corte i H. F. Friedrich (Ur.), Learning and instructions in an international context. Volume 2.2., (477-497), Oxford, Pergamon Press.
- Riley, M.S. i Greeno, J.G. (1988.). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5, 1, 49-101.
- Riley, M.S., Greeno, J.G. i Heller, J.J. (1983.). Development of children's problem solving ability in arithmetic. U: H.P.Ginsburg (Ur.), The development of mathematical thinking, (153-196), New York, Academic Press.
- Vasta, R., Haith, M.M. i Miller, S.A. (1998.). Dječja psihologija-moderna znanost. Jastrebarsko, Naklada Slap.
- Vizek Vidović, V., Vlahović Štetić, V., Rijavec, M., Miljković, D. (2003.). Psihologija obrazovanja. Zagreb, IEP-Vern'.
- Vlahović Štetić, V. (1996.). Problemski matematički zadaci i uspješnost njihova rješavanja u početku školovanja. Disertacija, Filozofski fakultet, Odsjek za psihologiju, Zagreb.
- Verschaffel, L. i De Corte, E. (1993). A decade of research in word-problem solving in Leuven: theoretical, methodological and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5, 3, 239-257.

PRILOG A

Primjeri protokola «N1, A», «N1 ,B», «S1, A», »S1, B»

N1
Verzija A
Manji brojevi

Primjer: Bojan ima četiri jabuke.
Sanja ima tri jabuke.
Koliko jabuka imaju zajedno?

1. Luka je imao pet sličica.
Onda mu je Josip dao nekoliko sličica.
Sada Luka ima osam sličica.
Koliko je sličica Luki dao Josip?
2. Hrvoje je imao nekoliko pikula.
Onda je Mislav dobio od Hrvoja četiri pikule.
Sada Hrvoje ima pet pikula.
Koliko je pikula Hrvoje imao u početku?
3. Dalibor ima devet loptica.
On ima tri loptice više od Petra.
Koliko loptica ima Petar?
4. Marko je imao pet loptica.
Onda mu je Slavica dala nekoliko loptica.
Sada Marko ima devet loptica.
Koliko je loptica Slavica dala Marku?
5. Željko je imao nekoliko trešanja.
Onda je on dao četiri trešnje Gordani.
Sada Željko ima pet trešanja.
Koliko je trešanja Željko imao u početku?
6. Martin ima četiri crteža.
Ivan ima tri crteža više od Martina.
Koliko crteža ima Ivan?
7. Ana je imala sedam lutaka.
Onda je ona dobila nekoliko lutaka od Danice.
Sada Ana ima devet lutaka.
Koliko je lutaka Ana dobila od Danice?
8. Nikola ima četiri balona.
Josip ima tri balona više od Nikole.
Koliko balona ima Josip?

9. Matej ima pet kockica.
On ima dvije kockice više od Denisa.
Koliko kockica ima Denis?
10. Bruno je imao nekoliko pikula.
Onda je Ana dobila pet pikula od Brune.
Sada Bruno ima tri pikule.
Koliko je pikula Bruno imao u početku?
11. Nataša ima sedam kuglica.
Ona ima dvije kuglice više od Tine.
Koliko kuglica ima Tina?
12. Tea ima pet kolačića.
Ines ima tri kolačića više od Tee.
Koliko kolačića ima Ines?
13. Marija je imala pet balona.
Onda je ona dobila nekoliko balona od Vlaste.
Sada Marija ima sedam balona.
Koliko je balona Marija dobila od Vlaste?
14. Ivona ima dvije gumice za kosu.
Melita ima tri gumice za kosu više od Ivone.
Koliko gumica za kosu ima Melita?
15. Igor ima devet jagoda.
On ima četiri jagode više od Ivane.
Koliko jagoda ima Ivana?
16. Lucija je imala nekoliko bojica.
Onda je ona dala Maji tri bojice.
Sada Lucija ima četiri bojice.
Koliko je bojica Lucija imala u početku?

N1
Verzija B
Manji brojevi

Primjer: Bojan ima pet jabuka.
Sanja ima tri jabuke.
Koliko jabuka imaju zajedno?

1. Luka je imao šest sličica.
Onda mu je Josip dao nekoliko sličica.
Sada Luka ima devet sličica.
Koliko je sličica Luki dao Josip?
2. Hrvoje je imao nekoliko pikula.
Onda je Mislav dobio od Hrvoja tri pikule.
Sada Hrvoje ima pet pikula.
Koliko je pikula Hrvoje imao u početku?
3. Dalibor ima osam loptica.
On ima tri loptice više od Petra.
Koliko loptica ima Petar?
4. Marko je imao četiri loptice.
Onda mu je Slavica dala nekoliko loptica.
Sada Marko ima sedam loptica.
Koliko je loptica Slavica dala Marku?
5. Željko je imao nekoliko trešanja.
Onda je on dao dvije trešnje Gordani.
Sada Željko ima pet trešanja.
Koliko je trešanja Željko imao u početku?
6. Martin ima tri crteža.
Ivan ima pet crteža više od Martina.
Koliko crteža ima Ivan?
7. Ana je imala pet lutaka.
Onda je ona dobila nekoliko lutaka od Danice.
Sada Ana ima sedam lutaka.
Koliko je lutaka Ana dobila od Danice?
8. Nikola ima pet balona.
Josip ima tri balona više od Nikole.
Koliko balona ima Josip?

9. Matej ima osam kockica.
On ima dvije kockice više od Denisa.
Koliko kockica ima Denis?

10. Bruno je imao nekoliko pikula.
Onda je Ana dobila pet pikula od Brune.
Sada Bruno ima četiri pikule.
Koliko je pikula Bruno imao u početku?

11. Nataša ima šest kuglica.
Ona ima četiri kuglice više od Tine.
Koliko kuglica ima Tina?

12. Tea ima šest kolačića.
Ines ima tri kolačića više od Tee.
Koliko kolačića ima Ines?

13. Marija je imala tri balona.
Onda je ona dobila nekoliko balona od Vlaste.
Sada Marija ima osam balona.
Koliko je balona Marija dobila od Vlaste?

14. Ivona ima pet gumica za kosu.
Melita ima četiri gumice za kosu više od Ivone.
Koliko gumica za kosu ima Melita?

15. Igor ima sedam jagoda.
On ima tri jagode više od Ivane.
Koliko jagoda ima Ivana?

16. Lucija je imala nekoliko bojica.
Onda je ona dala Maji tri bojice.
Sada Lucija ima šest bojica.
Koliko je bojica Lucija imala u početku?

S1
Verzija A
Manji brojevi

Primjer: Majka je na tržnici kupila jabuke.
Bojan ima četiri jabuke.
Njegova sestra ima tri jabuke.
Koliko jabuka imaju zajedno?

1. Luka sakuplja sličice.
Luka je imao pet sličica.
Onda mu je prijatelj dao nekoliko sličica.
Sada Luka ima osam sličica.
Koliko je sličica Luki dao prijatelj?

2. Hrvoje i njegov brat se igraju pikulama.
Hrvoje je imao nekoliko pikula.
Onda je njegov brat dobio od Hrvoja četiri pikule.
Sada Hrvoje ima pet pikula.
Koliko je pikula Hrvoje imao u početku?

3. Dalibor igra stolni tenis sa svojim djedom.
Dalibor ima devet loptica.
On ima tri loptice više od djeda.
Koliko loptica ima djed?

4. Marko sakuplja male loptice.
Marko je imao pet loptica.
Onda mu je baka dala nekoliko loptica.
Sada Marko ima devet loptica.
Koliko je loptica baka dala Marku?

5. Mama je na tržnici kupila trešnje.
Željko je imao nekoliko trešanja.
Onda je on dao četiri trešnje sestri.
Sada Željko ima pet trešanja.
Koliko je trešanja Željko imao u početku?

6. Martin i njegov prijatelj crtaju crteže u školi.
Martin ima četiri crteža.
Njegov prijatelj ima tri crteža više od Martina.
Koliko crteža ima njegov prijatelj?

7. Ana se najviše voli igrati lutkama.
Ana je imala sedam lutaka.
Onda je ona dobila nekoliko lutaka od svoje starije sestre.
Sada Ana ima devet lutaka.
Koliko je lutaka Ana dobila od svoje starije sestre?
8. Nikola i njegov brat se igraju balonima.
Nikola ima četiri balona.
Njegov brat ima tri balona više od Nikole.
Koliko balona ima njegov brat?
9. Matej i njegov prijatelj se igraju kockicama.
Matej ima pet kockica.
On ima dvije kockice više od svog prijatelja.
Koliko kockica ima njegov prijatelj?
10. Djeca se pikulaju pred školom.
Bruno je imao nekoliko pikula.
Onda je njegova prijateljica dobila pet pikula od Brune.
Sada Bruno ima tri pikule.
Koliko je pikula Bruno imao u početku?
11. Nataša i njena mama kite božićnu jelku.
Nataša ima sedam kuglica.
Ona ima dvije kuglice više od svoje mame.
Koliko kuglica ima njena mama?
12. Tea i njena sestra prave kolačiće od tijesta.
Tea ima pet kolačića.
Njena sestra ima tri kolačića više od Tee.
Koliko kolačića ima njena sestra?
13. Marija se jako voli igrati balonima.
Marija je imala pet balona.
Onda je ona dobila nekoliko balona od mame.
Sada Marija ima sedam balona.
Koliko je balona Marija dobila od mame?
14. Ivona i njena prijateljica vole šarene gumice za kosu.
Ivona ima dvije gumice za kosu.
Njena prijateljica ima tri gumice za kosu više od Ivone.
Koliko gumica za kosu ima njena prijateljica?

15. Igor i njegova sestra beru jagode u vrtu.
Igor ima devet jagoda.
On ima četiri jagode više od svoje sestre.
Koliko jagoda ima njegova sestra?

16. Lucija i njena najbolja prijateljica boje bojanku.
Lucija je imala nekoliko bojica.
Onda je ona dala svojoj najboljoj prijateljici tri bojice.
Sada Lucija ima četiri bojice.
Koliko je bojica Lucija imala u početku?

S1
Verzija B
Manji brojevi

Primjer: Majka je na tržnici kupila jabuke.
Bojan ima pet jabuka.
Njegova sestra ima tri jabuke.
Koliko jabuka imaju zajedno?

1. Luka sakuplja sličice.
Luka je imao šest sličica.
Onda mu je prijatelj dao nekoliko sličica.
Sada Luka ima devet sličica.
Koliko je sličica Luki dao prijatelj?
2. Hrvoje i njegov brat se igraju pikulama.
Hrvoje je imao nekoliko pikula.
Onda je njegov brat dobio od Hrvoja tri pikule.
Sada Hrvoje ima pet pikula.
Koliko je pikula Hrvoje imao u početku?
3. Dalibor igra stolni tenis sa svojim djedom.
Dalibor ima osam loptica.
On ima tri loptice više od djeda.
Koliko loptica ima djed?
4. Marko sakuplja male loptice.
Marko je imao četiri loptice.
Onda mu je baka dala nekoliko loptica.
Sada Marko ima sedam loptica.
Koliko je loptica baka dala Marku?
5. Mama je na tržnici kupila trešnje.
Željko je imao nekoliko trešanja.
Onda je on dao dvije trešnje sestri.
Sada Željko ima pet trešanja.
Koliko je trešanja Željko imao u početku?
6. Martin i njegov prijatelj crtaju crteže u školi.
Martin ima tri crteža.
Njegov prijatelj ima pet crteža više od Martina.
Koliko crteža ima njegov prijatelj?

7. Ana se najviše voli igrati lutkama.
Ana je imala pet lutaka.
Onda je ona dobila nekoliko lutaka od svoje starije sestre.
Sada Ana ima sedam lutaka.
Koliko je lutaka Ana dobila od svoje starije sestre?
8. Nikola i njegov brat se igraju balonima.
Nikola ima pet balona.
Njegov brat ima tri balona više od Nikole.
Koliko balona ima njegov brat?
9. Matej i njegov prijatelj se igraju kockicama.
Matej ima osam kockica.
On ima dvije kockice više od svog prijatelja.
Koliko kockica ima njegov prijatelj?
10. Djeca se pikulaju pred školom.
Bruno je imao nekoliko pikula.
Onda je njegova prijateljica dobila pet pikula od Brune.
Sada Bruno ima četiri pikule.
Koliko je pikula Bruno imao u početku?
11. Nataša i njena mama kite božićnu jelku.
Nataša ima šest kuglica.
Ona ima četiri kuglice više od svoje mame.
Koliko kuglica ima njena mama?
12. Tea i njena sestra prave kolačiće od tijesta.
Tea ima šest kolačića.
Njena sestra ima tri kolačića više od Tee.
Koliko kolačića ima njena sestra?
13. Marija se jako voli igrati balonima.
Marija je imala tri balona.
Onda je ona dobila nekoliko balona od mame.
Sada Marija ima osam balona.
Koliko je balona Marija dobila od mame?
14. Ivona i njena prijateljica vole šarene gumice za kosu.
Ivona ima pet gumica za kosu.
Njena prijateljica ima četiri gumice za kosu više od Ivone.
Koliko gumica za kosu ima njena prijateljica?

15. Igor i njegova sestra beru jagode u vrtu.
Igor ima sedam jagoda.
On ima tri jagode više od svoje sestre.
Koliko jagoda ima njegova sestra?

16. Lucija i njena najbolja prijateljica boje bojanku.
Lucija je imala nekoliko bojica.
Onda je ona dala svojoj najboljoj prijateljici tri bojice.
Sada Lucija ima šest bojica.
Koliko je bojica Lucija imala u početku?

PRILOG C

Popis svih zadataka s pridruženim oznakama vrste zadatka i rednog broja

Popis svih zadataka s pridruženim oznakama vrste zadatka i rednog broja. Zadaci su napisani u neutralnom kontekstu, A verzija, ali iste oznake vrijede i za odgovarajuće zadatke u smislenijem kontekstu, a isto tako i u B verziji.

- (P3-Z1) Marko je imao pet loptica.
Onda mu je Slavica dala nekoliko loptica.
Sada Marko ima devet loptica.
Koliko je loptica Slavica dala Marku?
- (P3-Z2) Marija je imala pet balona.
Onda je ona dobila nekoliko balona od Vlaste.
Sada Marija ima sedam balona.
Koliko je balona Marija dobila od Vlaste?
- (P3-Z3) Luka je imao pet sličica.
Onda mu je Josip dao nekoliko sličica.
Sada Luka ima osam sličica.
Koliko je sličica Luki dao Josip?
- (P3-Z4) Ana je imala sedam lutaka.
Onda je ona dobila nekoliko lutaka od Danice.
Sada Ana ima devet lutaka.
Koliko je lutaka Ana dobila od Danice?
- (P6-Z1) Bruno je imao nekoliko pikula.
Onda je Ana dobila pet pikula od Brune.
Sada Bruno ima tri pikule.
Koliko je pikula Bruno imao u početku?
- (P6-Z2) Željko je imao nekoliko trešanja.
Onda je on dao četiri trešnje Gordani.
Sada Željko ima pet trešanja.
Koliko je trešanja Željko imao u početku?
- (P6-Z3) Hrvoje je imao nekoliko pikula.
Onda je Mislav dobio od Hrvoja četiri pikule.
Sada Hrvoje ima pet pikula.
Koliko je pikula Hrvoje imao u početku?
- (P6-Z4) Lucija je imala nekoliko bojica.
Onda je ona dala Maji tri bojice.
Sada Lucija ima četiri bojice.
Koliko je bojica Lucija imala u početku?

- (U3-Z1) Nikola ima četiri balona.
Josip ima tri balona više od Nikole.
Koliko balona ima Josip?
- (U3-Z2) Tea ima pet kolačića.
Ines ima tri kolačića više od Tee.
Koliko kolačića ima Ines?
- (U3-Z3) Martin ima četiri crteža.
Ivan ima tri crteža više od Martina.
Koliko crteža ima Ivan?
- (U3-Z4) Ivona ima dvije gumice za kosu.
Melita ima tri gumice za kosu više od Ivone.
Koliko gumica za kosu ima Melita?
- (U5-Z1) Dalibor ima devet loptica.
On ima tri loptice više od Petra.
Koliko loptica ima Petar?
- (U5-Z2) Nataša ima sedam kuglica.
Ona ima dvije kuglice više od Tine.
Koliko kuglica ima Tina?
- (U5-Z3) Igor ima devet jagoda.
On ima četiri jagode više od Ivane.
Koliko jagoda ima Ivana?
- (U5-Z4) Matej ima pet kockica.
On ima dvije kockice više od Denisa.
Koliko kockica ima Denis?

PRILOG D

Neparametrijski testovi

Test sume rangova (Mann-Whitney U)

Postoji li razlika između predškolaca i djece 1. razreda u ukupnom rezultatu u problemskim zadacima?

	Broj ispitanika	Suma rangova	z	p
Predškolci	67	3032.50	-7.437	.000
1. razred	79	7698.50		
Ukupno	146			

Postoji statistički značajna razlika između predškolaca i djece 1. razreda u ukupnom rezultatu u problemskim matematičkim zadacima.

Wilcoxonov test ekvivalentnih parova

Postoji li razlika između uratka u neutralnom i smislenijem kontekstu za učenike 1. razreda?

	N	Suma rangova	z	p
Negativni rangovi (S<N)	26	889.50	-2.405	.016
Pozitivni rangovi (S>N)	46	1738.50		
Vezani rangovi (N=S)	7			
Ukupno	79			

Postoji statistički značajna razlika u između uratka u neutralnom i smislenijem kontekstu za učenike 1. razreda.

Postoji li razlika između uratka u neutralnom i smislenijem kontekstu za djecu predškolske dobi?

	N	Suma rangova	z	p
Negativni rangovi (S<N)	25	698.00	-.084	.933
Pozitivni rangovi (S>N)	27	680.00		
Vezani rangovi (N=S)	15			
Ukupno	67			

Ne postoji razlika između uratka u neutralnom i smislenijem kontekstu za djecu predškolske dobi?

Postoji li razlika između uratka na zadacima promjene i usporedbe kod učenika 1. razreda?

	N	Suma rangova	z	p
Negativni rangovi (U<P)	52	1871.50	-4.926	.000
Pozitivni rangovi (U>P)	14	339.50		
Vezani rangovi (U=P)	13			
Ukupno	79			

Postoji statistički značajna razlika u uratku između zadataka promjene i usporedbe kod učenika 1. razreda.

Postoji li razlika između uratka na zadacima promjene i usporedbe kod djece predškolske dobi?

	N	Suma rangova	z	p
Negativni rangovi (U<P)	32	1071.50	-.911	.362
Pozitivni rangovi (U>P)	29	819.50		
Vezani rangovi (U=P)	6			
Ukupno	67			

Ne postoji statistički značajna razlika u uratku između zadataka promjene i usporedbe kod djece predškolske dobi.

PRILOG B

Primjer lista za odgovore

PRILOG E

Odvojene analize varijance za predškolce i 1. razred

Predškolci

1. Prosječna vrijednost uratka (M i SD) u zadacima promjene i usporedbe u dva situacijska konteksta za djecu predškolske dobi (N=67)

Vrsta zadatka		Neutralni k.	Smisleniji k.	Oba konteksta
Promjena	M	2,04	1,90	3,94
	SD	2,29	1,82	3,83
Usporedba	M	1,66	1,73	3,39
	SD	1,67	2,08	3,56
Obje vrste	M	3,70	3,63	7,33
	SD	3,44	3,44	6,57

2. Rezultati složene analize varijance s djelomično zavisnim uzorkom gdje je zavisna varijabla uradak u problemskim zadacima, a nezavisne situacijski kontekst i vrsta zadatka za djecu predškolske dobi (N=67)

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata (SS)	Stupnjevi slobode (DF)	Srednji kvadrat (MS)	F	p
SITUACIJSKI KONTEKST unutar kontekst	67,157 9,328	66 1	1,018 9,328	,092	,763
VRSTA ZADATKA unutar vrsta	188,142 5,108	66 1	2,851 5,108	1,792	,185
KONTEKST x VRSTA ZADATKA unutar kontekst x vrsta	67,410 ,840	66 1	1,021 ,840	,822	,368

1. razred

3. Prosječna vrijednost uratka (M i SD) u zadacima promjene i usporedbe u dva situacijska konteksta za djecu 1. razreda osnovne škole (N=79)

Vrsta zadatka		Neutralni k.	Smisleniji k.	Oba konteksta
Promjena	M	5,09	5,46	10,54
	SD	2,38	2,32	4,37
Usporedba	M	4,05	4,48	8,53
	SD	2,40	2,41	4,40
Obje vrste	M	9,14	9,94	19,08
	SD	4,39	4,24	8,13

4. Rezultati složene analize varijance s djelomično zavisnim uzorkom gdje je zavisna varijabla uradak u problemskim zadacima, a nezavisne situacijski kontekst i vrsta zadatka djecu 1. razreda osnovne škole (N=79)

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata (SS)	Stupnjevi slobode (DF)	Srednji kvadrat (MS)	F	p
SITUACIJSKI KONTEKST unutar kontekst	163,690 12,560	78 1	2,099 12,560	5,985	,017
VRSTA ZADATKA unutar vrsta	211,247 80,003	78 1	2,708 80,003	29,540	,000
KONTEKST x VRSTA ZADATKA unutar kontekst x vrsta	105,171 7,911	78 1	1,348 7,911	,059	,809

Promjena

5. Rezultati jednostavne analize varijance s ponovljenim mjerenjima gdje je zavisna varijabla uradak u problemskim zadacima promjene, a nezavisna varijabla situacijski kontekst za djecu 1. razreda osnovne škole

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata (SS)	Stupnjevi slobode (DF)	Srednji kvadrat (MS)	F	p
SITUACIJSKI KONTEKST unutar kontekst	119,177 5,323	78 1	1,528 5,323	3,484	,066

Usporedba

6. Rezultati jednostavne analize varijance s ponovljenim mjerenjima gdje je zavisna varijabla uradak u problemskim zadacima usporedbe, a nezavisna varijabla situacijski kontekst za djecu 1. razreda osnovne škole

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata (SS)	Stupnjevi slobode (DF)	Srednji kvadrat (MS)	F	p
SITUACIJSKI KONTEKST unutar kontekst	149,684 7,316	78 1	1,919 7,316	3,813	,054