

Sveučilište u Zagrebu  
Filozofski fakultet  
Odsjek za psihologiju

**USPJEŠNOST BROJENJA S OBZIROM NA DOB, VELIČINU SKUPA I  
RASPORED U SKUPU**

Diplomski rad

Nikolina Škrljac

Mentor: dr.sc. Vesna Vlahović Štetić

Zagreb, 2006.

## Sadržaj

<b>Sažetak</b> .....	<b>2</b>
<b>Summary</b> .....	<b>2</b>
<b>Uvod</b> .....	<b>4</b>
<i>Načela brojenja</i> .....	4
<i>Uspješnost brojenja u funkciji dobi</i> .....	5
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na veličinu skupa</i> .....	7
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na raspored u skupu</i> .....	7
<b>Problemi i hipoteze</b> .....	<b>9</b>
<b>Metodologija</b> .....	<b>11</b>
<i>Varijable</i> .....	11
<i>Sudionici</i> .....	11
<i>Pribor</i> .....	12
<i>Postupak</i> .....	12
<b>Rezultati</b> .....	<b>14</b>
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na dob</i> .....	16
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na veličinu skupa</i> .....	17
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na raspored u skupu</i> .....	17
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na zajednički utjecaj navedenih varijabli</i> .....	18
<b>Rasprava</b> .....	<b>21</b>
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na dob, veličinu skupa i raspored u skupu</i> .....	21
<i>Uspješnost brojenja s obzirom na zajednički utjecaj korištenih varijabli</i> .....	23
<b>Zaključak</b> .....	<b>27</b>
<b>Literatura</b> .....	<b>29</b>

USPJEŠNOST BROJENJA S OBZIROM NA DOB, VELIČINU SKUPA I  
RASPORED U SKUPU  
(SUCCESSFULNESS IN COUNTING ACCORDING TO AGE, SET SIZE AND  
ARRANGEMENT IN THE SET)

Nikolina Škrljac

**Sažetak:** Cilj provedenog istraživanja bio je provjeriti kako se dječja uspješnost brojenja mijenja s dobi, te kako veličina skupa i prostorni raspored elemenata u skupu utječu na uspješnost brojenja. U istraživanje su uključene tri dobne skupine djece: mlađa (4 i 5 godina), srednja (6 godina) i starija (7 i 8 godina); zatim tri veličine skupova koje su djeca brojala: mali (6 ili 7 elemenata), srednji (13 ili 14) i veliki (20 ili 21); te četiri prostorna rasporeda u koje su elementi u skupovima bili raspoređeni: red, trokut, kružnica, po slučaju. Djeca svih dobnih skupina brojala su skupove svih veličina u sva četiri prostorna rasporeda. Pretpostavili smo da će se djeca statistički značajno razlikovati po uspješnosti brojenja s obzirom na dob; zatim da će se uspješnost brojenja statistički značajno razlikovati kod skupova različitih veličina, kao i kod različitih prostornih rasporeda u skupu. Uzeli smo u obzir i funkciju zajedničkog utjecaja navedenih varijabli. Pokazalo se da su djeca s dobi sve uspješnija u brojenju, da se uspješnost brojenja smanjuje s povećanjem broja elemenata u skupovima, te da djeca više griješe pri brojenju elemenata složenih u drugačije prostorne rasporede od reda, osobito kad su elementi raspoređeni u kružnicu i po slučaju. Smatramo da nalaz da djeca više griješe pri brojenju elemenata raspoređenih u drugačije prostorne rasporede od reda ide u prilog stajalištu da su djeca jednostavno zaboravila koje elemente su već prebrojali, a koje još nisu, odnosno nisu se dosjetili upotrijebiti strategije koje pomažu u točnom brojenju, kao što su označavanje elementa od kojeg su počeli s brojenjem ili odvajanje elemenata koji su prebrojeni od onih koje još treba prebrojati.

**Ključne riječi:** brojenje, dob, veličina skupa, prostorni raspored elemenata u skupu

**Summary:** The purpose of this survey was to find out how children's successfulness in counting changes with age, and how the set size and spatial arrangement of elements in the set influence the successfulness in counting. Three age groups were included in the research: younger (4 and 5 years), medium (6 years) and older (7 and 8 years); furthermore, the children counted sets of three different sizes: small (6 or 7 elements), medium (13 or 14) and large (20 or 21), in which the elements were arranged in three different spatial arrangements: row, triangle, circle or at random. Children of all age groups counted the sets of all sizes and in all four spatial arrangements. It was assumed that the children would statistically observed significantly differ in their successfulness in counting according to their age; furthermore that the successfulness in counting would statistically observed significantly differ according to different set sizes, as well as according to different spatial arrangements in the set. The function of common influence of the specified variables was also taken into consideration. The results indicate that the children become more successful in counting with age, that successfulness in counting decreases with enlargement of the number of elements in the set, and that the children make more mistakes in counting

elements arranged in all spatial arrangements than row, especially when the elements are arranged in a circle or at random. The findings that the children make more mistakes in counting elements arranged in different spatial arrangements than row is considered to contribute to the opinion that the children simply forgot which elements they have already counted, and which not, respectively that they did not think of using strategies that help for correct counting, such as marking the element from which they started counting or separating elements that are counted from those that still need to be counted.

**Key words:** counting, age, set size, spatial arrangement of elements in the set

## Uvod

Iako formalno obrazovanje iz područja matematike započinje tek u osnovnoj školi, usvajanje matematičkih pojmova i vještina počinje puno ranije.

Postoje nalazi koji govore da već i djeca dojenačke dobi posjeduju određene vrste matematičkih znanja. Tako Klein i Starkey (1987) navode da dojenčad u dobi od šest mjeseci uočava brojčane jednakosti i različitosti u skupovima sastavljenim od manjeg broja predmeta (od jednog do tri, najviše četiri predmeta). Postoje i nalazi koji govore da djeca ove dobi su u mogućnosti uočiti podudaranje između skupa vidljivih predmeta i skupa sastavljenog od niza zvukova (Starkey, Spelke i Gelman, 1983; prema Klein i Starkey, 1987).

U svakom slučaju, i prije nego počnu govoriti djeca se susreću s brojevima kroz razne brojalice i igre koje čuju od roditelja i drugih osoba iz svoje okoline. Tako roditelji običavaju brojati dječje zalogaje dok ih hrane, dječje korake dok se penju uz stepenice, ili jednostavno dječje prstiće. Iz ovakvih i drugih sličnih socijalnih interakcija djeca tijekom druge godine života nauče nazive brojeva, iako im u ovoj dobi ti nazivi još ništa ne znače. Učenje upotrebe brojeva u svrhu brojenja javlja se tijekom treće godine, a do predškolske dobi djeca obično nauče brojati do deset (Vizek Vidović, Rijavec, Vlahović Štetić, Miljković, 2003). Razvoj vještine brojenja preduvjet je za stjecanje drugih matematičkih vještina, kao što su zbrajanje i oduzimanje (Briars i Siegler, 1984).

Učenje brojenja uključuje pamćenje naziva brojeva i njihovog redoslijeda, učenje da se svaki predmet u skupu broji samo jednput, shvaćanje da je ukupan broj predmeta u skupu jednak posljednjem broju kojeg smo izgovorili pri brojenju skupa (Nunes i Bryant, 1996). Drugim riječima, djeca moraju naučiti ispravno brojati.

### *Načela brojenja*

Upravo načela brojenja govore o tome koja pravila djeca moraju usvojiti da bi brojala ispravno. Gelman i Meck (1986) govore o tri matematičko-logička načela prema kojima određuju znaju li djeca brojati, a nazivaju ih "*kako brojati*" načelima (eng. "how-to-count" principles):

1. Načelo *pridruživanja "jedan prema jedan"* govori o tome da pri prebrojavanju predmeta u nekom skupu svakom predmetu pridružujemo samo jedan broj.
  2. Načelo *ordinalnosti* govori o poretku brojeva, a oni su poredani prema uzlaznom nizu veličine.
  3. Načelo *kardinalnosti* govori o tome da je posljednji broj koji se izgovori pri brojenju skupa predmeta kardinalni i označava ukupan broj predmeta u skupu.
- Sva tri "kako brojati" načela moraju se pojaviti zajedno da bi mogli reći da djeca znaju brojati.

Uz navedena tri načela, Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) navode još četiri načela: načelo *izmjerljivosti* (govori o međusobnoj usporedbi predmeta korištenjem iste dogovorene mjerne jedinice), načelo *konzervacije* (govori o tome da broj predmeta u skupu je stalan bez obzira na njihov prostorni raspored), načelo *tranzitivnosti* (govori o odnosima između više predmeta, npr. ako je A veće od B, a B veće od C, onda i A mora biti veće od C) i načelo *reverzibilnosti* (govori o tome koje promjene utječu na količinu, a koje ne). Međutim, poznavanje ova četiri načela nije nužno da bi se postigao uspjeh u samom postupku brojenja. Poznavanje načela konzervacije i reverzibilnosti bitno je za pravilno brojenje u posebnim situacijama, kao što je npr. promjena prostornog rasporeda predmeta, promjena udaljenosti među predmetima, dok je poznavanje načela izmjerljivosti i tranzitivnosti bitno za uspješno rješavanje zadataka uspoređivanja.

Dakle, povodeći se "kako brojati" načelima Gelmana i Mecka (1986) smatrali smo da je dijete uspješno svladalo zadatak brojenja ukoliko je svaki element skupa brojalo samo jedanput, koristilo pravilan redoslijed brojeva, te shvaćalo da posljednji broj koji je izgovorilo pri brojenju predstavlja ukupan broj elemenata u skupu.

#### *Uspješnost brojenja u funkciji dobi*

Da bi svladali vještinu brojenja, djeca prvo moraju napamet naučiti nazive brojeva, a taj proces započinje u periodu između djetetove druge i treće godine. U ovoj dobi dječje brojenje nije pretjerano točno, čak i kad broje male skupove predmeta. Često se dogodi da dijete skup od dva predmeta broji "tri, pet", a skup od tri predmeta "tri, pet, šest". No, može se uočiti da već i ovo dječje krivo brojenje pokazuje određene pravilnosti: svaki broj se

koristi samo jednom tijekom jedne sekvence brojenja, te slijed korištenih brojeva je stabilan kod brojenja različitih skupova predmeta. Gelman i Gallistel (1978, prema Geary, 1994) smatraju da navedeno ukazuje na dječje implicitno razumijevanje da različiti nazivi brojeva predstavljaju različite količine, te da je redoslijed nizanja naziva brojeva važan.

Wynn (1992; prema Geary, 1994) smatra da djeci treba oko godine dana iskustva u brojenju, između druge i treće godine, da bi počeli povezivati pojedine nazive brojeva s mentalnom predodžbom o njihovoj količini, te da bi onda mogli primijeniti to znanje u zadacima brojenja. U početku se ovo znanje odnosi samo na male količine, pa tako trogodišnje dijete može točno reći da skup od tri elementa sadrži tri elementa, ali isto tako da skup od šest elemenata sadrži njih deset.

Do predškolskog perioda većina djece nauči pravilno brojati do deset, dok im učenje naziva brojeva većih od deset predstavlja problem. Naime, u većini europskih jezika brojevi veći od deset ne temelje se na bazi deset, već imaju nepravilne nazive, npr. ne kažemo deset-jedan, već jedanaest (Geary, 1994).

Bez obzira na početne poteškoće s pamćenjem naziva brojeva i poštivanjem pravila brojenja, većina djece do osme godine zna pravilno brojati čak i do sto (Geary, 1994), te sustavno poštuju "kako brojati" načela. Tako znanje prosječnog osmogodišnjaka uključuje razumijevanje da je svaki broj jedinstven i da predstavlja jedinstvenu količinu, da brojevi u slijedu predstavljaju sve veće količine, te da posljednji broj pri brojenju predstavlja ukupan broj predmeta prebrojenog skupa. Također, jedna od karakteristika znanja djece ove dobi je i shvaćanje da se svaki broj sastoji od grupa manjih brojeva, npr. 8 se može sastojati od 6 i 2, 5 i 3, 7 i 1, itd. Ova znanja predstavljaju temeljno predznanje za konceptualno razumijevanje zbrajanja i oduzimanja većih brojeva (Geary, 1994).

Razvoj matematičkih sposobnosti kod djece može se proučavati i sa stajališta jednog od najpoznatijih teoretičara stupnjeva kognitivnog razvoja Jeana Piageta. On govori o nepromjenjivom slijedu kvalitativno i strukturalno različitih razvojnih stupnjeva kroz koje prolaze sva djeca. Prolazeći kroz pojedine razvojne stupnjeve djeca razvijaju kvalitativno različite strukture koje im postupno omogućavaju bolje razumijevanje svijeta. Prema Piagetu, stupnjevi kognitivnog razvoja su: razdoblje senzomotoričke inteligencije (do 2 godine), razdoblje predoperacionalnog mišljenja (od 2 do 6 godina), razdoblje konkretnih

operacija (od 6 do 11/12 godina), te razdoblje formalnih operacija (od 11/12 godina) (Vasta, Haith i Miller, 1998).

#### *Uspješnost brojenja s obzirom na veličinu skupa*

U istraživanju iz 1983. godine Gelman i Meck pronalaze da djeca s dobi postaju sve uspješnija u brojenju sve većih veličina skupova. Kod brojenja malih veličina skupova (3, 4 i 5 elemenata) većina trogodišnjaka i četverogodišnjaka broje točno, dok s povećanjem veličine skupa (9, 11, 15 i 19 elemenata) djeca ove dobi čine dosta pogrešaka, s tim da su četverogodišnjaci ipak nešto uspješniji u brojenju od trogodišnjaka. Zaključuju da ispravno brojenje velikih skupova zahtijeva dugačku i stabilnu listu brojeva, te da djeca imaju poteškoća u formiranju jedne takve liste. Posljedica toga je da tek manji broj petogodišnjaka može ispravno brojati do 20. Slično ovome, Fuson (1988; prema Geary, 1994) navodi da većina trogodišnjaka i četverogodišnjaka zna pravilan redosljed brojeva od 1 do 10, dok im učenje brojeva većih od 10 predstavlja puno veći problem.

Najčešće pogreške koje djeca rade pri brojenju većih veličina skupova (Fuson i Mierkiewicz, 1980; prema Briars i Siegler, 1984) su izostavljanje jedne ili više znamenki pri brojenju, što može biti posljedica nedostatka pamćenja, odnosno toga što djeca još uvijek nisu zapamtila pravilan slijed naziva brojeva, zatim preskakanje jednog ili više elemenata pri brojenju ili dvostruko brojenje jednog elementa. Ponekad se čak može dogoditi da djeca broje ispravno do broja do kojeg inače znaju brojati, a onda, u nedostatku znanja daljnje liste brojeva, kreću ispočetka (npr. ako u skupu ima 15 elemenata, a dijete zna brojati do 10, kad izbroji deseti element dalje nastavlja brojati 1, 2, 3, 4, 5, umjesto 11, 12, 13, 14, 15).

#### *Uspješnost brojenja s obzirom na raspored u skupu*

U svojim početnim istraživanjima, Gelman i Gallistel (prema Nunes i Bryant, 1996) dobivaju dosta optimistične nalaze. Naime, djeca u dobi između dvije i šest godina brojala su skupove složene u redove, koji su varirali po veličini od 2 do 19 elemenata u skupu. Pokazalo se da kod brojenja skupova koji su sadržavali više od 4 elementa, djeca mlađa od pet godina čine određen broj pogrešaka u koordiniranom korištenju sva tri "kako brojati"



načela, te je samo oko polovice djece bilo potpuno uspješno u zadacima brojenja. Iz dobivenih nalaza Gelman i Gallistel izvode hipotezu koju nazivaju model "načelo prije vještina" (eng. "principle before skills" model), prema kojem poznavanje načela brojenja prethodi samoj vještini brojenja. U okviru ovog modela, smatraju da iako djeca mogu povremeno pogriješiti pri brojenju, ona ipak poštuju tri "kako brojati" načela od samih početaka brojenja.

Glavni prigovor modelu "načelo prije vještina" je da su zadaci korišteni u istraživanjima bili prelagani, jer su djeca brojala elemente složene isključivo u redu. Fuson (1988; prema Nunes i Bryant, 1996) je u svom istraživanju koristila različite prostorne rasporede elemenata. Naime, elementi u skupovima, osim u redu, bili su složeni i u krugu, odnosno raspoređeni po slučaju. Zaključuje da djeca puno više griješe pri brojenju elemenata složenih u drugačije prostorne rasporede od reda. Postoje dva moguća objašnjenja dobivenih nalaza. Prema objašnjenju koje je u skladu s modelom "načelo prije vještina", djeca su pokušala poštovati "kako brojati" načela, ali im je to bilo teško zbog prostornog rasporeda elemenata, odnosno jednostavno nisu zapamtili koje elemente su već prebrojali, a koje nisu, stoga su češće narušavali načelo pridruživanja "jedan prema jedan". Alternativno objašnjenje kaže da dječje brojenje elemenata složenih u red daje lažan privid njihove uspješnosti, jer djeca brojenje doživljavaju kao ritmičku ponavljajuću aktivnost, koja je narušena kod drugačijih prostornih rasporeda.

## **Problemi i hipoteze**

Cilj ovog istraživanja bio je provjeriti kako se dječja uspješnost brojenja mijenja s dobi, te kako veličina skupa i prostorni raspored elemenata u skupu utječu na uspješnost brojenja.

U skladu s ciljem istraživanja postavljeni su slijedeći problemi i hipoteze:

*- Provjeriti postoje li razlike među djecom u uspješnosti brojenja s obzirom na:*

- 1. dob,*
- 2. veličinu skupa,*
- 3. raspored u skupu,*
- 4. zajednički utjecaj navedenih varijabli.*

1. Pretpostavljamo da će se djeca statistički značajno razlikovati u uspješnosti brojenja s obzirom na dob. U skladu s nalazima dosadašnjih istraživanja (Gelman i Meck, 1983; Fuson, Pergament, Lyons i Hall, 1985; Fuson, 1988; prema Geary, 1994; Vlahović-Štetić, Nadilo i Pavlin-Bernardić, 2006), te uzimajući u obzir Piagetovu teoriju kognitivnog razvoja, pretpostavljamo da će djeca iz srednje (6 godina) i starije (7 i 8 godina) skupine biti podjednako uspješna u brojenju, dok će djeca iz mlađe (4 i 5 godina) skupine biti statistički značajno manje uspješna u brojenju od djece iz obje starije skupine.

2. Pretpostavljamo da će se uspješnost brojenja statistički značajno razlikovati kod skupova različitih veličina. U skladu s nalazima dosadašnjih istraživanja (Gelman i Meck, 1983; Fuson i sur., 1985), pretpostavljamo da će djeca svih dobnih skupina biti najuspješnija pri brojenju malih skupova (6 ili 7 elemenata), zatim manje uspješna pri brojenju srednjih (13 ili 14 elemenata), a najmanje uspješna pri brojenju velikih skupova (20 ili 21 element).

3. Pretpostavljamo da će se uspješnost brojenja statistički značajno razlikovati kod različitih prostornih rasporeda u skupu. Prema istraživanju Fuson (1988; prema Nunes i Bryant, 1996), pretpostavljamo da će djeca biti najuspješnija pri brojenju elemenata složenih u redu, a najmanje uspješna pri brojenju elemenata složenih u kružnici i po slučaju.

4. Gledajući funkciju zajedničkog utjecaja navedenih varijabli postavili smo slijedeće hipoteze:

- Prema istraživanju Gelmana i Meck (1983), te Fuson i sur. (1985) pretpostavljamo da će djeca iz sve tri dobne skupine biti podjednako uspješna pri brojenju malih skupova, dok će pri brojenju velikih skupova djeca iz srednje i starije skupine biti statistički značajno uspješnija u brojenju od djece iz mlađe skupine.

- Prema istraživanju Fuson (1988), pretpostavljamo da će djeca iz srednje i starije skupine biti podjednako uspješna, te istovremeno statistički značajno uspješnija od djece iz mlađe skupine, pri brojenju elemenata složenih u red, dok će pri brojenju elemenata složenih u kružnicu i po slučaju djeca iz starije skupine biti statistički značajno uspješnija od djece iz srednje skupine.

- Zbog vrlo malog broja podataka u literaturi, nismo postavili hipoteze o ostalim interakcijama.

## Metodologija

### *Varijable*

*Dob* – sudionici su s obzirom na dob podijeljeni u tri skupine: *mlađu* skupinu čine djeca od 4 do 5 godina starosti (N=34), *srednju* skupinu djeca stara 6 godina (N=34), te *stariju* skupinu djeca od 7 do 8 godina (N=21). Svi sudionici mlađe i srednje skupine su polaznici vrtića, dok su sudionici starije skupine učenici 1. razreda osnovne škole.

*Veličina skupa* – postojale su tri veličine skupa papirića koje su djeca brojala: *mali* skup koji se sastojao od 6 ili 7 papirića, *srednji* skup od 13 ili 14, te *veliki* od 20 ili 21 papirić.

*Raspored u skupu* – postojale su četiri vrste prostornih rasporeda papirića koje su djeca brojala: papirići složeni u red, u trokut, u kružnicu i po slučaju.

### *Sudionici*

Istraživanje je provedeno na uzorku od 89 djece, od kojih je 68 iz dječjeg vrtića "Travno", te 21 iz osnovne škole "Gustav Krklec" u Zagrebu. Sudjelovalo je ukupno 46 dječaka i 43 djevojčice. Iz obrade je izdvojeno ukupno 10 djece. Petero djece je izdvojeno zbog nevaljanih rezultata. Radilo se o sudionicima za koje su nedostajali podaci, jer su odustali prije nego su prebrojali sve skupove. Ostalih petero izdvojili smo kako bi osigurali da imamo "čiste" skupine po ustanovama. Naime, srednju skupinu djece činili su sudionici stari 6 godina, tako da je u tu skupinu pripalo i petero učenika 1. razreda osnovne škole. Pod pretpostavkom da djeca 1. razreda imaju šire znanje iz područja matematike, te da bi njihovi rezultati mogli povećati prosječne vrijednosti srednje skupine, odlučili smo tih petero učenika izdvojiti iz obrade.

Prije početka istraživanja dobivena je posebna suglasnost vrtića i škole, te pismena dozvola roditelja.

### *Pribor*

U istraživanju je korišteno 12 kartonskih predložaka na kojima su bili zalijepljeni samoljepljivi papirići. Četiri kartonska predložka su se sastojala od 6 ili 7 papirića (mali skup), četiri od 13 ili 14 papirića (srednji skup), a četiri od 20 ili 21 papirić (veliki skup). U pojedinom skupu samoljepljivi papirići su bili zalijepljeni u četiri različita prostorna rasporeda: red, trokut, kružnica, po slučaju. Pribor je još sadržavao sheme položaja papirića za svaki prostorni raspored, te individualne protokole za odgovore.

### *Postupak*

Mjerenja su obavljena tijekom svibnja 2005. godine u prostorijama dječjeg vrtića "Travno" i osnovne škole "Gustav Krklec" u Zagrebu. Sa svakim djetetom provedeno je individualno ispitivanje. Ispitivanja su provodile studentice Odsjeka za psihologiju u Zagrebu, koje su za to bile posebno educirane.

Dijete i eksperimentatorica sjede za stolom jedan nasuprot drugog. Zadatak eksperimentatorice je prvo djetetu pokazati da su na kartonske predloške zalijepljeni "posebni" papirići koji se mogu odlijepiti i zalijepiti. Zatim pred dijete stavlja jedan po jedan kartonski predložak prema unaprijed određenom redosljedu. Nakon što je kartonski predložak postavljen pred dijete, eksperimentatorica mu daje slijedeću uputu: "Tvoj zadatak je da ove papiriće brojiš na glas i pokazuješ.", a kad dijete završi s brojenjem, postavlja mu pitanje: "Koliko papirića tu ima?". Dok dijete obavlja zadatak, eksperimentatorica u individualni protokol bilježi tri aspekta djetetovog brojenja:

- a) poštuje li načelo pridruživanja "jedan prema jedan", odnosno broji li dijete svaki papirić samo jedanput;
- b) poštuje li načelo ordinalnosti, odnosno broji li pravilnim redosljedom (1, 2, 3, 4, 5...);
- c) poštuje li načelo kardinalnosti, odnosno odgovara li djetetov odgovor na pitanje koliko je tu papirića zadnjem broju u nizu kojeg je dijete izgovorilo pri brojenju, bez obzira na stvarni broj papirića.

Za poštivanje svakog pojedinog načela dijete dobiva po jedan bod. Znači za brojenje pojedinog skupa može se dobiti maksimalno tri, a minimalno nula bodova.

Nakon što dijete završi s brojenjem prvog kartonskog predloška, daje mu se slijedeći, a postupak ostaje isti. Djetetu je uvijek prvo prezentiran mali skup koji se sastojao od 6 ili 7 papirića, zatim srednji od 13 ili 14, a na kraju veliki od 20 ili 21 papirić. U pojedinom skupu papirići su postavljeni u različite prostorne rasporede: red, trokut, kružnica, po slučaju. Prostorni rasporedi papirića su također uvijek prezentirani ovim istim redoslijedom. Znači dijete prvo uvijek broji mali skup papirića složenih u red, zatim u trokut, pa u kružnici i na kraju mali skup papirića složenih po slučaju. Isto vrijedi i za srednji i veliki skup. Unutar svakog skupa papirića određene veličine variran je broj papirića za svakog sudionika, npr. jedan sudionik kod malog skupa dobiva kombinaciju 6 papirića u redu - 6 papirića u trokutu - 7 papirića u kružnici – 7 papirića složenih po slučaju, slijedeći dobiva kombinaciju 6-7-6-7, itd., a ukupan broj mogućih kombinacija unutar svakog skupa iznosio je šest. Kombinacija malog skupa analogna je kombinacijama srednjeg i velikog, npr. ako se mali skup sastoji od kombinacije 6-6-7-7, onda se srednji sastoji od kombinacije 13-13-14-14, a veliki 20-20-21-21.

Ukoliko dijete uzastopno griješi pri brojenju svih kartonskih predložaka unutar jedne veličine skupa, tada mu se ne zadaju veći skupovi. Dakle, ako dijete griješi pri brojenju svih kartonskih predložaka malog skupa, tada mu se srednji i veliki skup ne zadaju. Također, ukoliko dijete griješi pri brojenju svih kartonskih predložaka srednjeg skupa, ne zadaje mu se veliki skup. Maksimalan ukupan broj mjerenja po djetetu iznosi 12, a u svakom mjerenju dijete može dobiti maksimalno tri boda (poštivanje tri načela brojenja).

## Rezultati

Podaci obuhvaćeni statističkom obradom prikazani su u tablici 1.

Tablica 1

Rezultati brojenja (M i SD) kod tri veličine skupa u četiri prostorna rasporeda s obzirom na dob.

Veličina skupa	Raspored u skupu	Dobne skupine				Ukupno N=89
		Mlađa (4 i 5 g.) N=34	Srednja (6 g.) N=34	Starija (7 i 8 g.) N=21		
MALI SKUP	red	<i>M</i>	2.97	3.00	3.00	2.99
		<i>SD</i>	0.17	0.00	0.00	0.11
	trokut	<i>M</i>	2.97	2.94	3.00	2.97
		<i>SD</i>	0.17	0.24	0.00	0.18
	kružnica	<i>M</i>	2.82	2.91	2.86	2.87
		<i>SD</i>	0.39	0.29	0.65	0.43
	slučaj	<i>M</i>	2.91	3.00	3.00	2.97
		<i>SD</i>	0.29	0.00	0.00	0.18
SREDNJI SKUP	red	<i>M</i>	2.85	2.91	2.95	2.90
		<i>SD</i>	0.44	0.29	0.22	0.34
	trokut	<i>M</i>	2.74	2.74	2.95	2.79
		<i>SD</i>	0.45	0.51	0.22	0.44
	kružnica	<i>M</i>	2.65	2.62	2.62	2.63
		<i>SD</i>	0.49	0.49	0.50	0.49
	slučaj	<i>M</i>	2.41	2.79	2.76	2.64
		<i>SD</i>	0.50	0.41	0.44	0.48
VELIKI SKUP	red	<i>M</i>	2.24	2.76	2.90	2.60
		<i>SD</i>	0.78	0.50	0.30	0.65
	trokut	<i>M</i>	2.29	2.62	2.90	2.56
		<i>SD</i>	0.76	0.65	0.30	0.67
	kružnica	<i>M</i>	2.03	2.44	2.43	2.28
		<i>SD</i>	0.63	0.66	0.51	0.64
	slučaj	<i>M</i>	1.79	2.29	2.57	2.17
		<i>SD</i>	0.64	0.72	0.51	0.71

S obzirom na nacrt istraživanja i postavljene probleme, najprimjereniji postupak za obradu podataka je postupak analize varijance s ponovljenim mjerenjima. Međutim, prije primjene ove parametrijske metode potrebno je provjeriti normalitet distribucije rezultata, što je i učinjeno korištenjem Kolmogorov-Smirnovljevog testa. Iako se pokazalo da se naše distribucije rezultata statistički značajno razlikuju od normalne, ipak smo smatrali opravdanim koristiti analizu varijance iz nekoliko razloga. Naime, prema Petz (2002), uvjet normalnosti distribucija može biti prekršen ukoliko su distribucije međusobno slične u odstupanju od normalne raspodjele, a sve naše distribucije su asimetrične na sličan način, odnosno sve su negativno asimetrične. Također, uzorci trebaju biti jednake ili slične veličine, a broj sudionika u našoj mlađoj i srednjoj skupini je jednak ( $N=34$ ), dok se broj sudionika u starijoj skupini razlikuje ( $N=21$ ).

Budući da parametrijski testovi uzimaju u obzir više informacija nego neparametrijski, daju preciznije odgovore na probleme istraživanja, te općenito imaju veću "snagu", odlučili smo primijeniti parametrijski postupak analize varijance s ponovljenim mjerenjima.



U tablici 2 prikazani su rezultati analize varijance s ponovljenim mjerenjima s obzirom na veličinu skupa i raspored u skupu, kao unutargrupne faktore, te dobnu skupinu, kao međugrupni faktor.

*Tablica 2*  
Rezultati analize varijance s ponovljenim mjerenjima s obzirom na veličinu skupa, raspored u skupu (unutargrupni faktori) i dobnu skupinu (međugrupni faktor)

Izvor varijabiliteta	<i>F</i>	<i>df</i>	<i>p</i>
Dob	10.75	2/86	0.000*
Veličina skupa	69.86	2/172	0.000*
Raspored u skupu	29.09	3/258	0.000*
Dob x veličina skupa	8.70	4/172	0.000*
Dob x raspored u skupu	3.07	6/258	0.006*
Veličina skupa x raspored u skupu	5.25	6/516	0.000*
Dob x veličina skupa x raspored u skupu	0.83	12/516	0.625

\* $p < .01$

#### *Uspješnost brojenja s obzirom na dob*

Provedena analiza varijance s ponovljenim mjerenjima pokazala je da je glavni efekt dobi statistički značajan ( $F(2/86)=10.75$ ;  $p < .01$ ), odnosno da se djeca razlikuju u uspješnosti brojenja s obzirom na dob. Scheffeoov post-hoc test pokazao je da se mlađa dobna skupina statistički značajno razlikuje po uspješnosti i od srednje ( $p < .01$ ) i od starije skupine ( $p < .01$ ), dakle mlađi sudionici postižu lošije rezultate u odnosu na obje starije skupine, dok između srednje i starije dobne skupine nema satistički značajne razlike ( $p > .05$ ).

### *Uspješnost brojenja s obzirom na veličinu skupa*

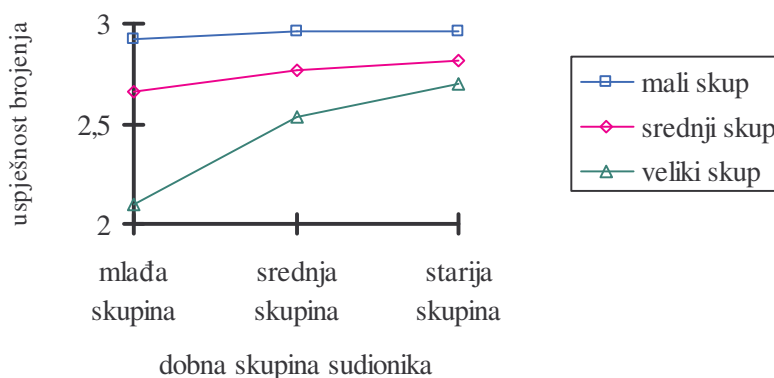
Provedena analiza varijance s ponovljenim mjerenjima pokazala je da je glavni efekt veličine skupa statistički značajan ( $F(2/172)=69.86; p<.01$ ). T-testovima za zavisne uzorke provjerili smo između kojih veličina skupova postoje statistički značajne razlike. Pokazalo se da statistički značajne razlike postoje u uspješnosti u brojenju i između malog i srednjeg skupa ( $t(88)=7.62; p<.01$ ), i između srednjeg i velikog skupa ( $t(88)=6.93; p<.01$ ). Dakle, sudionici su najmanje uspješni u brojenju na velikom skupu, a najuspješniji na malom skupu.

### *Uspješnost brojenja s obzirom na raspored u skupu*

Provedena analiza varijance s ponovljenim mjerenjima pokazala je da je glavni efekt rasporeda u skupu statistički značajan ( $F(3/258)=29.09; p<.01$ ). Također, t-testovima za zavisne uzorke provjerili smo između kojih rasporeda u skupu postoje statistički značajne razlike. Pokazalo se da su sudionici najuspješniji pri brojenju elemenata složenih u red, pa u trokut, a najmanje uspješni pri brojenju elemenata složenih u kružnicu i po slučaju, te između ova dva prostorna rasporeda nije dobivena statistički značajna razlika:  $t_{\text{red-trokut}}(88)=2.002; p<.05$ ;  $t_{\text{trokut-kružnica}}(88)=5.78; p<.01$ ;  $t_{\text{kružnica-slučaj}}=0.103; p>.05$ .

### Uspješnost brojenja s obzirom na zajednički utjecaj navedenih varijabli

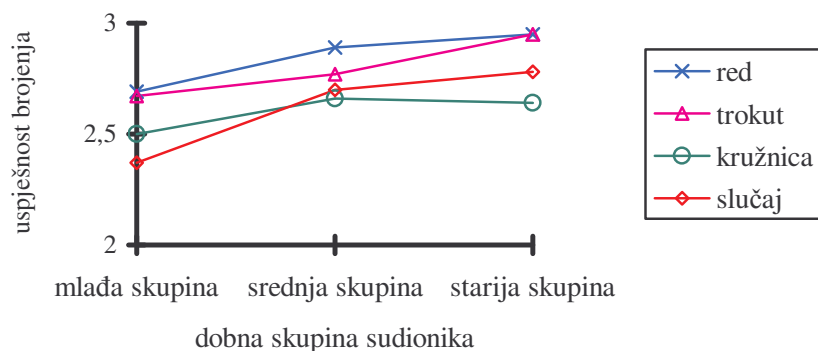
Provedenom analizom varijance utvrđeno je da je interakcija između dobne skupine sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih veličina skupova statistički značajna ( $F(4/172)=8.70$ ;  $p<.01$ ). Dobivena interakcija vidljiva je iz slike 1.



Slika 1. Grafički prikaz interakcije dobne skupine sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih veličina skupova.

Primjenom t-testova za nezavisne uzorke provjereno je između kojih dobnih skupina i veličina skupova postoje statistički značajne razlike. Dobiveno je da se mlađa dobna skupina razlikuje od srednje pri brojenju velikog skupa ( $t(66)=3.44$ ,  $p<.01$ ), te od starije skupine pri brojenju srednjeg skupa ( $t(53)=2.36$ ;  $p<.05$ ) i velikog skupa ( $t(53)=4.56$ ;  $p<.01$ ), dok između srednje i starije dobne skupine nema razlika u brojenju s obzirom na veličinu skupa. Dakle, značajne razlike u uspješnosti brojenja dobivene su kod srednjeg skupa između sudionika mlađe i starije skupine, a kod velikog između sudionika mlađe i srednje, te mlađe i starije skupine.

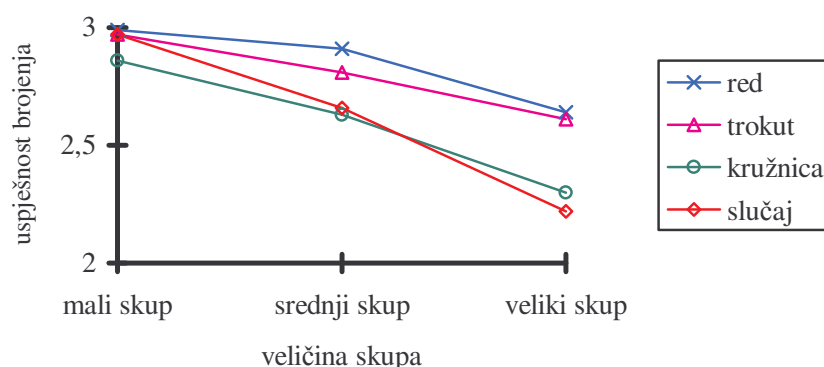
Interakcija između dobne skupine sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih rasporeda u skupu također je statistički značajna ( $F(6/258)=3.07$ ;  $p<.01$ ). Dobivena interakcija vidljiva je iz slike 2.



Slika 2. Grafički prikaz interakcije dobne skupine sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih rasporeda u skupu.

Primjenom t-testova za nezavisne uzorke provjereno je između kojih dobnih skupina i rasporeda u skupu postoje statistički značajne razlike. Dobiveno je da su sudionici starije skupine uspješniji od obje mlađe skupine pri brojenju elemenata složenih u trokut. Sudionici mlađe skupine su manje uspješni od sudionika obje starije skupine pri brojenju elemenata složenih u red i po slučaju. Tri dobne skupine sudionika ne razlikuju se statistički značajno u uspješnosti brojenja elemenata složenih u kružnicu.

Dobiveno je da je interakcija između veličine skupa i rasporeda u skupu statistički značajna ( $F(6/516)=5.25$ ;  $p<.01$ ). Dobivena interakcija vidljiva je iz slike 3.



Slika 3. Grafički prikaz interakcije uspješnosti brojenja kod različitih veličina skupa i različitih rasporeda u skupu.

Primjenom t-testova za zavisne uzorke provjereno je gdje točno postoje statistički značajne razlike. Dobiveno je da su pri brojenju malog skupa sudionici podjednako uspješni kad su elementi složeni u red, trokut i po slučaju, a najmanje uspješni pri brojenju elemenata složenih u kružnicu. U srednjem skupu sudionici su najuspješniji pri brojenju elemenata složenih u red, pa u trokut, dok su pri brojenju elemenata složenih u kružnicu i po slučaju najmanje uspješni. U velikom skupu sudionici su podjednako uspješni pri brojenju elemenata složenih u red i u trokut, dok su pri brojenju elemenata složenih u kružnici i po slučaju najmanje uspješni. Dakle, kod svih veličina skupova sudionici su manje uspješni pri brojenju elemenata raspoređenih u kružnicu, dok kod srednjeg i velikog skupa su manje uspješni i pri brojenju elemenata složenih po slučaju.

Interakcija između dobne skupine sudionika, veličine skupa i rasporeda u skupu nije se pokazala statistički značajnom ( $F(12/516)=0.83, p>.05$ ).

## Rasprava

### *Uspješnost brojenja s obzirom na dob, veličinu skupa i raspored u skupu*

U dobi između druge i treće godine djeca počinju učiti nazive brojeva, a u približno isto vrijeme počinju postupno primjenjivati i tri "kako brojati" načela. Iako u početku djeca čine dosta pogrešaka pri brojenju, Fuson (1988; prema Geary, 1994) navodi da većina trogodišnjaka i četverogodišnjaka zna pravilan redoslijed brojeva od 1 do 10. Do osme godine većina djece zna pravilno brojati čak i do sto (Geary, 1994), te sustavno poštuju "kako brojati" načela.

Raspon dobi naših sudionika bio je od četiri do osam godina, te uzimajući u obzir Piagetove stupnjeve kognitivnog razvoja možemo reći da djeca mlađe dobne skupine pripadaju razdoblju predoperacionalnog mišljenja (od 2 do 6 godina), a djeca srednje i starije skupine razdoblju konkretnih operacija (od 6 do 11/12 godina). Budući da se predoperacijsko razdoblje dijeli na dva podrazdoblja: pretpojmovni (od 2 do 4 godine) i intuitivni (od 4 do 6 godina), sudionici mlađe skupine pripadaju intuitivnom podrazdoblju, koje se može smatrati prijelaznom fazom prema razdoblju konkretnih operacija. U intuitivnom podrazdoblju razvija se zorno mišljenje koje "najavljuje" početke razvoja razvrstavanja i konzervacija. Dakle, djeca u ovom razdoblju pokazuju određeno razumijevanje ovih operacija, ali ih još uvijek ne izvode potpuno točno. Razdoblje konkretnih operacija, osim postupnog razvoja konzervacija i razvrstavanja, odlikuje i razvoj sposobnosti klasifikacije i serijacije, čija koordinacija omogućuje da sustav brojeva postaje neovisan o strukturi opažanja. Klasifikacija se odnosi na mogućnost povezivanja elemenata u klase na temelju istih značajki, te povezivanje više klasa u nadređene klase, kao i mogućnost vraćanja s nadređene klase na potklasu. Serijacija se odnosi na mogućnost nizanja elemenata prema određenom kriteriju, kao što je veličina (Vasta, Haith i Miller, 1998; Buggle, 2002).

U skladu s nalazima iz literature, te navedenim kognitivnim razvojnim razlikama prema Piagetu, očekivali smo statistički značajne razlike u uspješnosti brojenja s obzirom na dob. Obrada rezultata pokazala je da je glavni efekt dobi značajan ( $F(2/86)=10.75$ ;  $p<.01$ ), odnosno da postoje razlike u uspješnosti brojenja između naših dobnih skupina. Očekivali

smo da će djeca iz mlađe skupine, koju su činili polaznici vrtića stari četiri i pet godina, biti najmanje uspješna pri brojenju, jer se nalaze u predoperacijskom razdoblju i još uvijek nisu u potpunosti svladala brojenje. Između djece srednje i starije skupine nismo očekivali razliku u uspješnosti brojenja. Naime, obje skupine pripadaju razdoblju konkretnih operacija koju odlikuje razvoj sustava brojeva, te smo pretpostavili da će biti značajno uspješniji u brojenju. Daljnja statistička analiza potvrdila je naše pretpostavke. Dakle, djeca u dobi od četiri i pet godina još uvijek nisu u potpunosti svladala brojenje, a djeca u dobi od šest godina i više su značajno uspješnija u brojenju.

U istraživanjima koja su proučavala brojenje redovito je korišteno nekoliko veličina skupova koje su djeca brojala. Veličina skupova kretala se najčešće od 3, pa do najviše 19 elemenata (Gelman i Meck, 1983). Tako smo mi u našem istraživanju odlučili koristiti tri veličine skupova papirića: mali skup se sastojao od 6 ili 7 papirića, srednji od 13 ili 14, a veliki od 20 ili 21 papirić. Statistička analiza podataka pokazala je da se uspješnost brojenja statistički značajno razlikuje s obzirom na veličinu skupa ( $F(2/172)=69.86; p<.01$ ). Daljnje analize pokazale su da su djeca bila najuspješnija pri brojenju malog skupa, a najmanje uspješna pri brojenju velikog skupa, kao što smo i pretpostavili. Dosadašnja istraživanja pokazala su da većina djece već s četiri godine zna ispravno brojati do 10 (Gelman i Meck, 1983; Fuson i sur., 1985), tako da nismo očekivali da će naši sudionici imati poteškoća s brojenjem skupova sastavljenih od 6 ili 7 elemenata. Također, poštivanje "kako brojati" načela, važnih za ispravno brojenje, javlja se prvo kod manjih veličina skupova (Geary, 1994). Budući da ispravno brojenje velikih skupova zahtijeva dugačku i stabilnu listu brojeva, te djeca imaju poteškoća u formiranju jedne takve liste (Gelman i Meck, 1983), očekivali smo da će uspješnost brojenja opadati s povećanjem broja elemenata u skupovima.

Još jedna promatrana varijabla bio je i prostorni raspored elemenata. Naime, Fuson (1988; prema Nunes i Bryant, 1996) je prva uputila prigovor dotadašnjim istraživanjima da su korišteni zadaci prelagani, jer su djeca brojala elemente složene isključivo u red, te je uvela varijablu prostornog rasporeda u svoje istraživanje. Djeca su osim elemenata složenih u red, brojala i one složene u kružnicu i raspoređene po slučaju. Pokazalo se da djeca puno više griješe pri brojenju elemenata složenih u drugačije prostorne rasporede od reda.

Statistička analiza podataka pokazala je da se uspješnost brojenja zaista statistički značajno razlikuje kod različitih prostornih rasporeda u skupu ( $F(3/258)=29.09$ ;  $p<.01$ ). Daljnja analiza potvrdila je rezultate Fuson (1988; prema Nunes i Bryant, 1996). Dakle, pri brojenju u redu djeca su bila najuspješnija, zatim je po uspješnosti slijedilo brojenje elemenata složenih u trokut, a najmanje su bili uspješni pri brojenju elemenata složenih u kružnicu i po slučaju. Dobiveni rezultati mogu se interpretirati sa stajališta Fuson da djeca brojenje doživljavaju kao ritmičku ponavljajuću aktivnost, koja je narušena kod drugačijih prostornih rasporeda. Tako je moguće da djeca, dok npr. broje stepenice po kojima se penju, zapravo nemaju ideju o tome da svaki objekt treba brojati samo jednom, već ispravno broje stepenice samo zato što to odgovara ritmu ponavljajuće aktivnosti. Međutim, elementi raspoređeni u kružnicu ili po slučaju neće izazvati ovakvu vrstu asocijacije, te će djeca puno više griješiti. S druge strane, moglo bi se prihvatiti i objašnjenje koje je u skladu s modelom "načelo prije vještina". Naime, zagovornici ovog modela smatraju da su djeca pokušala poštovati "kako brojati" načela, ali im je to bilo teško zbog prostornog rasporeda elemenata, odnosno jednostavno nisu zapamtili koje elemente su već prebrojali, a koje nisu, stoga su češće narušavali načelo pridruživanja "jedan prema jedan". Zbog nedostatka istraživanja na ovu temu, teško je reći koje objašnjenje je vjerojatnije.

#### *Uspješnost brojenja s obzirom na zajednički utjecaj korištenih varijabli*

Posebnu pažnju obratili smo na razlike u uspješnosti brojenja s obzirom na zajednički utjecaj korištenih varijabli: dob, veličinu skupa i raspored u skupu.

Značajna interakcija dobivena je između dobnih skupina sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih veličina skupova ( $F(4/172)=8.70$ ;  $p<.01$ ). Daljnja analiza pokazala je da su sve tri dobne skupine bile podjednako uspješne u brojenju kod malih skupova. Značajne razlike dobivene su između sudionika mlađe i starije skupine kod brojenja srednjeg skupa, a između sudionika mlađe i srednje, te mlađe i starije skupine kod brojenja velikog skupa. Dobiveni rezultati su bili i očekivani, budući da djeca u dobi od četiri i pet godina (mlađa skupina) imaju poteškoća s formiranjem dugačke i stabilne liste brojeva (Gelman i Meck, 1983) kakvu je upravo i zahtijevalo brojenje velikih skupova, koji su se sastojali od 20 ili 21 papirić. Također, prema Piagetu, djeca ove dobi pripadaju



predoperacijskom razdoblju i još uvijek nisu u potpunosti svladala brojenje. Obje starije skupine pripadaju razdoblju konkretnih operacija u kojem se razvija sustav brojeva. U obzir treba uzeti i to da su sudionici starije skupine bili učenici 1. razreda osnovne škole koji su već prošli određeno obrazovanje iz područja matematike. Isto tako, sudionici srednje skupine bili su polaznici vrtićke predškolske grupe koji su vjerojatno već stekli dovoljno iskustva u formiranju dužih lista brojeva.

Značajnom se pokazala i interakcija između dobnih skupina sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih rasporeda u skupu ( $F(6/258)=3.07; p<.01$ ). Iako smo očekivali da će starija skupina biti uspješnija od srednje pri brojenju elemenata složenih u kružnicu i po slučaju, dobiveni su nešto drugačiji rezultati. Naime, pokazalo se da se ove dvije skupine ne razlikuju u uspješnosti brojenja kod elemenata složenih po slučaju, dok kod elemenata složenih u kružnicu nije uopće bilo razlika u uspješnosti između sve tri dobne skupine. Moguće da je kod elemenata složenih po slučaju djeci starijih skupina bilo lakše pratiti koje elemente su već prebrojali, a koje tek trebaju prebrojati, dok je mlađim sudionicima to bilo teže. Kod elemenata složenih u kružnicu, najefikasnija strategija da bi se točno prebrojao skup jest da se element od kojeg se počelo brojati označi na način da se na njemu drži prst. Međutim, Fuson (prema Nunes i Bryant, 1996) pronalazi da jako malen broj djece u dobi od pet i šest godina spontano koristi ovu strategiju. Posljedica toga je da djeca često čine pogreške kao što je brojenje istog elementa dvaput ili završavanje brojenja prije nego dođu do elementa od kojeg su počeli brojati. Objašnjenje koje predlaže Fuson je da su djeca možda previše vjerovala svom pamćenju, odnosno oslanjala se na pamćenje prostorne lokacije elementa od kojeg su počeli brojati. Istraživanje u kojem je jedan element u kružnici označila drugom bojom, ili je djeci pokazala kako da to sama učine, pokazalo je da se dječji uradak znatno poboljšao, te potvrdilo prvotnu pretpostavku. Moguće je da se naši sudionici također nisu dosjetili ove jednostavne i vrlo korisne strategije, te su stoga svi podjednako često griješili pri brojenju elemenata raspoređenih u kružnicu. Ovo objašnjenje slaže se i s objašnjenjem zagovornika modela "načelo prije vještina", koje kaže da su djeca pokušala poštovati "kako brojati" načela, ali jednostavno nisu zapamtili koje elemente su već prebrojali, a koje nisu.

Sudionici mlađe skupine bili su manje uspješni od sudionika obje starije skupine pri brojenju elemenata složenih u red, što je u skladu s nalazima Fuson (1988; prema Nunes i Bryant, 1996). Pri brojenju elemenata složenih u trokut najuspješniji su bili sudionici starije skupine. Smatramo da treba uzeti u obzir da su svi sudionici starije skupine učenici 1. razreda osnovne škole, koji su u okviru formalnog obrazovanja iz matematike već upoznati s geometrijskim likovima. Moguće da je stečeno iskustvo dovelo do njihove veće uspješnosti na način da su starija djeca koristila jedan vrh trokuta kao prostorni znak koji je označavao gdje su počeli brojati, te gdje trebaju završiti s brojenjem, dok mlađa djeca, uslijed nedostatka iskustva s geometrijskim likovima, nisu vrhove trokuta koristili kao pomoćni znak.

Praktična implikacija koja proizlazi iz dobivenih rezultata je da djecu treba poučiti strategijama koje će im pomoći u točnom brojenju elemenata raspoređenih u drugačije prostorne rasporede od reda. Moguće strategije su označavanje elementa od kojeg se počne brojati ili odvajanje elemenata koji su prebrojeni od onih koje još treba prebrojati.

Značajna interakcija između uspješnosti brojenja skupova različitih veličina s različitim prostornim rasporedima ( $F(6/516)=5.25$ ;  $p<.01$ ) pruža nam daljnje pojašnjenje razlika u uspješnosti brojenja kod prostornih rasporeda drugačijih od reda. Pokazalo se da su sudionici kod svih veličina skupova bili uglavnom podjednako uspješni pri brojenju elemenata složenih u red i u trokut. Kad su elementi bili složeni u kružnicu, sudionici su podjednako često griješili kod svih veličina skupova. Smatramo da ovi rezultati idu u prilog stajalištu da su djeca jednostavno zaboravila koje elemente su već prebrojali, a koje još nisu, odnosno nisu se dosjetili upotrijebiti strategiju označavanja elementa od kojeg su počeli s brojenjem. Pri brojenju elemenata složenih po slučaju sudionici su bili puno uspješniji u malom skupu, nego u srednjem i velikom. Navedena strategija vjerojatno ne pridonosi uspješnosti brojenja kod ovog prostornog rasporeda jer su elementi "razbacani" po cijelom kartonskom predlošku, pa označavanje jednog elementa nije od velikog značaja. Drugo moguće objašnjenje je da je djeci bilo puno lakše zapamtiti prostorne lokacije prebrojenih i neprebrojenih elemenata kad se radilo o njih 6 ili 7, nego o 13,14 ili više.

Kako bi se razjasnilo zašto djeca više griješe kod drugačijih prostornih rasporeda od reda, bilo bi dobro ispitati uspješnost dječjeg brojenja nakon što ih se pouči korisnim

strategijama brojenja. Prema modelu "načelo prije vještina", djeca razumiju "kako brojati" načela, iako griješe. Fuson (prema Nunes i Bryant, 1996) navodi da kad je jedan element u kružnici označila drugom bojom, ili je djeci pokazala kako da to sama učine, dječji uradak se znatno poboljšao. Ali budući da je većina trogodišnjaka i dalje imala poteškoća u primjeni ove strategije, smatra da je to u skladu s idejom da djeca ove dobi ne shvaćaju nužnost poštivanja načela pridruživanja "jedan prema jedan" pri brojenju. Stoga bi bilo dobro djecu prvo poučiti strategijama koje pomažu u točnom brojenju, kao što je označavanje elementa od kojeg se počne brojati ili odvajanje elemenata koji su prebrojeni od onih koje još treba prebrojati, te nakon toga opažati koliko će djeca griješiti pri brojenju. Naime, ako djeca razumiju "kako brojati" načela, a griješe zbog nepoznavanja korisnih strategija brojenja, onda bi nakon poučavanja strategijama trebala biti značajno uspješnija u brojenju. S druge strane, ako ne razumiju "kako brojati" načela, onda poučavanje strategijama neće bitno poboljšati uspješnost brojenja.

## Zaključak

Cilj ovog rada bio je utvrditi razlike u uspješnosti brojenja s obzirom na dob, veličinu skupa i raspored u skupu.

1. Glavni efekt dobi pokazao se statistički značajnim ( $F(2/86)=10.75$ ;  $p<.01$ ). Dobiveno je da su djeca s dobi sve uspješnija u brojenju, odnosno djeca u dobi od četiri i pet godina još uvijek nisu u potpunosti svladala brojenje, dok su djeca u dobi od šest godina i više značajno uspješnija u brojenju.

2. Glavni efekt veličine skupa pokazao se statistički značajnim ( $F(2/172)=69.86$ ;  $p<.01$ ). Dobiveno je da se uspješnost brojenja smanjuje s povećanjem broja elemenata u skupovima.

3. Glavni efekt rasporeda u skupu pokazao se statistički značajnim ( $F(3/258)=29.09$ ;  $p<.01$ ). Dobiveno je da djeca više griješe pri brojenju elemenata složenih u drugačije prostorne rasporede od reda, osobito kad su elementi raspoređeni u kružnicu i po slučaju.

4. Interakcija između dobne skupine sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih veličina skupova pokazala se statistički značajnom ( $F(4/172)=8.70$ ;  $p<.01$ ). Dobiveno je da sudionici mlađe skupine puno više griješe pri brojenju velikih skupova od sudionika obje starije skupine.

Interakcija između dobne skupine sudionika i uspješnosti brojenja kod različitih rasporeda u skupu također se pokazala statistički značajnom ( $F(6/258)=3.07$ ;  $p<.01$ ). Dobiveno je da sudionici mlađe skupine puno više griješe od obje starije skupine pri brojenju elemenata složenih u red i po slučaju. Kod elemenata složenih u trokut sudionici starije skupine su najuspješniji, a kod elemenata složenih u kružnicu tri dobne skupine se ne razlikuju u uspješnosti brojenja.

Statistički značajnom pokazala se i interakcija između veličine skupa i rasporeda u skupu ( $F(6/516)=5.25$ ;  $p<.01$ ). Dobiveno je da su kod svih veličina skupova sudionici uglavnom podjednako uspješni pri brojenju elemenata složenih u red i u trokut. Pri brojenju elemenata

složenih po slučaju sudionici su puno uspješniji u malom skupu, nego u srednjem i velikom. Kad su elementi složeni u kružnicu, sudionici podjednako često griješe kod svih veličina skupova. Smatramo da ovi rezultati idu u prilog stajalištu da su djeca jednostavno zaboravila koje elemente su već prebrojali, a koje još nisu, odnosno nisu se dosjetili upotrijebiti strategije koje pomažu u točnom brojenju, kao što su označavanje elementa od kojeg su počeli s brojenjem ili odvajanje elemenata koji su prebrojeni od onih koje još treba prebrojati.

## Literatura

- Briars, D. i Siegler, R.S. (1984). A feartural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20 (4), 607 – 618.
- Buggle, F. (2002). *Razvojna psihologija Jeana Piageta*. Jastrebarsko: Naklada Slap
- Fuson, K.C., Pergament, G.G., Lyons, B.G. i Hall, J.W. (1985). Children's conformity to the cardinality rule as a function of set size and counting accuracy. *Child Development*, 56, 1429 – 1436.
- Geary, D.C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC, US: American Psychological Association.
- Gelman, R. i Meck, E. (1986). The notion of principle: The Case of counting. U: J. Hiebert (Ur.), *Conceptual and procedural knowledge of mathematic*, 29 - 57, Hillsdale:Erlbaum.
- Gelman, R. i Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13, 343 – 359.
- Klein, A. i Starkey, P. (1987). The origins and development of numerical cognition: A comperative analysis. U: Sloboda, J.A. i Rogers, D. (Ur.) *Cognitive processes in mathematics*. Oxford: Claredon Press.
- Nunes, T. i Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers Ltd.
- Petz, B. (2002). *Osnovne statističke metode za nematematičare*. Jatrebarsko: Naklada Slap.
- Vasta, R., Haith, M.M. i Miller, S.A. (1998). *Dječja psihologija*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Vizek Vidović, V., Rijavec, M., Vlahović Štetić, V. i Miljković, D. (2003). *Psihologija obrazovanja*. Zagreb: IEP : VERN
- Vlahović Štetić, V., Nadilo, M. i Pavlin Bernardić, N. (2006). Brojenje: stječemo li prije načela ili vještinu?. *Suvremena psihologija*, 9 (1), 21 – 34.
- Vlahović Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš...- psihološki aspekti početnog poučavanja matematike – priručnik za učitelje*. Zagreb: Udruga roditelja "Korak po korak"