

Sveučilište u Zagrebu  
Filozofski fakultet  
Odsjek za psihologiju

**RAZVOJ DJEČJEG RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH MATEMATIČKIH  
ZADATAKA**

Diplomski rad

Daria Rickert

Mentorica: dr. sc. Vesna Vlahović-Štetić

Zagreb, 2007.

## Sadržaj

Uvod .....	3
Vrste problemskih matematičkih zadataka.....	3
Modeli rješavanja problemskih zadataka .....	6
Problemi i hipoteze .....	10
Metodologija.....	12
Varijable .....	12
Sudionici .....	13
Pribor .....	13
Postupak .....	14
Rezultati.....	16
Središnje vrijednosti i raspršenja rezultata po zadacima .....	16
Provjera razlike u uratku u problemskim zadacima s obzirom na rod .....	18
Provjera utjecaja dječjeg razvoja, vrste zadatka i situacijskog konteksta na uradak u problemskim zadacima .....	18
Rasprava .....	22
Uradak djece u problemskim zadacima.....	22
Usporedba uratka djece u dvije točke mjerenja.....	23
Uradak djece u problemskim zadacima različite vrste .....	24
Uradak u problemskim zadacima različitog situacijskog konteksta.....	25
Interakcija vrste problemskih zadataka i situacijskog konteksta zadatka.....	26
Zaključak .....	28
Literatura .....	29

RAZVOJ DJEČJEG RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH MATEMATIČKIH ZADATAKA  
(DEVELOPMENT OF CHILDRENS' MATHEMATICAL WORD PROBLEMS  
SOLVING)

Daria Rickert

**SAŽETAK:** Cilj ovog istraživanja je bio na temelju postavki Reusserovog SPR modela provjeriti uspješnost djece u rješavanju problemskih matematičkih zadataka u funkciji razvoja, vrste zadatka i situacijskog konteksta. U istraživanju je sudjelovao 71 učenik, a ispitanici su u prvoj vremenskoj točki mjerenja (2004.) pohađali drugi razred osnovne škole, dok su u drugoj točki mjerenja (2005.) pohađali treći razred. Korištene su dvije vrste problemskih matematičkih zadataka: zadaci promjene i zadaci usporedbe. Svako dijete je pojedinoj točki mjerenja ispitano dva puta, jednom zadacima neutralnog konteksta, a zatim zadacima smislenijeg konteksta. Provedena je složena analiza varijance za zavisne rezultate. Značajni su se pokazali glavni efekt vremenske točke mjerenja, te interakcija vrste zadatka i konteksta. Tako se uradak učenika u problemskim matematičkim zadacima prilikom ispitivanja 2005. godine pokazao značajno boljim od njihova uratka prilikom ispitivanja godinu dana ranije. Osim toga, pokazalo se da su djeci zadaci usporedbe neutralnog konteksta značajno teži od zadataka promjene neutralnog konteksta, dok se u smislenijem kontekstu takve razlike nisu pojavile. Zaključno, možemo reći da nismo uspjeli potvrditi Reusserovu temeljnu pretpostavku da će smisleniji kontekst olakšati rješavanje problemskih matematičkih zadataka.

**KLJUČNE RIJEČI:** problemski matematički zadaci, kontekst, Reusserov SPR model

**SUMMARY:** The aim of this research is to test the hypotheses regarding the importance of understanding situation in mathematical word problems that follow from Reusser's Situation Problem Solver (SPS) model by exploring efficiency in children's mathematical word problems solving as a function of development, problem type and situational context of the problem. 71 elementary school students participated in the study. At the first time point, in 2004, they were second grade students, and at the second time point, a year later, they were third grade students. Two categories of word problems were used: change problems and compare problems. At both time points, every child was tested twice, one time with neutral context problems, and the other time with familiar context problems. Repeated measures analysis of variance was performed. The main effect of time point was significant, as well as the interaction of problem type and situational context. The results indicate that children's performance on word problems measured in 2005 was better than their performance measured in 2004. Analyses also show that children's performance on compare problems with neutral context was better than performance on change problems with neutral context. Such differences were not found on problems with familiar context. Finally, we can conclude that these results don't confirm Reusser's basic hypothesis that including additional sense to the problem text would facilitate mathematical word problems solving.

**KEY WORDS:** mathematical word problems, context, Reusser's (SPS) model

## Uvod

Problemski matematički zadaci su zadaci zadani u tekstualnom obliku. Obično postavljaju matematički problem u okvire svakodnevnih situacija, a njihovo rješavanje zahtijeva određena matematička znanja. Najveći broj istraživanja bavio se jednostavnim problemskim zadacima, čije rješavanje zahtijeva provođenje jedne matematičke operacije. Takvi problemski zadaci su zanimljivi iz dva razloga (prema Reed, 1999):

1. daju informacije o vrstama poteškoća koje mlađa djeca imaju pri prvom susretu s matematičkim problemima, te
2. koriste pri otkrivanju teoretskih osnova koje su zajedničke analizi jednostavnih i složenijih problema.

Jednostavni problemski matematički zadaci predmet su interes i ovog rada. Iako se za njih obično smatra da su spona između realnih situacija i matematike, problemski zadaci su teški za rješavanje djeci svih uzrasta. Pokazalo se da se ti zadaci rješavaju 10-30% lošije od odgovarajućih brojevanih zadataka (Carpenter i sur., 1980, prema Vlahović-Štetić, 1996). Značajan doprinos takvom ishodu daje tradicionalno poučavanje matematike u školi (prema Vizek-Vidović, Rijavec, Vlahović-Štetić i Miljković, 2003), koje naglašava važnost izvođenja nekih postupaka sa zadanim brojevima. Pri tome su djeca sklona zanemariti strukturu zadatka, što ih ograničava da uvide nelogičnosti i pogreške koje rade. Međutim, način poučavanja nije jedini izvor poteškoća kod problemskih zadataka.

Opći cilj dosadašnjih istraživačkih napora bio je utvrditi koja znanja i vještine, te obilježja zadataka određuju dječju uspješnost. Kako bi se odgovorilo na to pitanje važno je razlikovati vrste problemskih zadataka i poznavati misaone zahtjeve koje određeni zadaci postavljaju pred djecu (prema Vlahović-Štetić i Vizek-Vidović, 1998).

### *Vrste problemskih matematičkih zadataka*

Danas uobičajenu klasifikaciju problemskih zadataka koji uključuju zbrajanje i oduzimanje postavili su Riley i sur. (Riley, Greeno i Heller, 1983; Riley i Greeno, 1988). Prema njihovoj podjeli postoje tri skupine problemskih zadataka: zadaci kombiniranja, zadaci promjene i zadaci usporedbe.

Ove tri vrste problemskih zadataka međusobno se razlikuju s obzirom na semantičke odnose kojima je opisana situacija (povećanje – smanjenje, kombinacija ili usporedba skupova objekata). Unutar te tri vrste zadaci se mogu podijeliti s obzirom na položaj nepoznate količine (koji može biti prvi, drugi ili treći skup definiran u problemu) i smjer promjene (uvećanje ili smanjenje broja elemenata). Dakle, kombiniranjem tih obilježja dobiva se 18 vrsta problemskih zadataka. U tablici 1 nalaze se primjeri svih 18 vrsta zadataka (prema Vlahović-Štetić, 1996.).

Utvrđivanje razlika u uspješnosti dječjeg rješavanja problemskih zadataka bio je cilj mnogobrojnih istraživanja.

U svom opsežnom radu Riley i Greeno (1988) koristili su svih 18 zadataka i usporedili uspješnost rješavanja na sljedećim dobnim skupinama: predškolci, prvi, drugi i treći razred osnovne škole. Našli su da s dobi raste uspješnost rješavanja problemskih zadataka sve tri vrste, dok relativna težina vrste ostaje stalna. U situaciji bez korištenja pomagala (kocki), djeci svih uzrasta najlakši su zadaci promjene (prosječna proporcija točnih odgovora je 0.71), a nešto teži su zadaci kombiniranja (prosječna proporcija točnih odgovora je 0.65), dok su zadaci usporedbe najteži (prosječna proporcija točnih odgovora je 0.43).

Riley i Greeno (1988) također navode podatke istraživanja kojeg su proveli Hendrickson i Thompson (1986) na učenicima drugog, trećeg, četvrtog i petog razreda osnovne škole. U tom ispitivanju korišteni su svi zadaci promjene i usporedbe, te samo dva zadatka kombiniranja, K1 i K3. Nađeno je da se s dobi povećava uspješnost rješavanja problemskih zadataka svih triju vrsta. Najbolji rezultat gledajući sve dobne skupine postiže se u zadacima kombiniranja (prosječna proporcija točnih odgovora je 0.87), a slijede zadaci promjene (prosječna proporcija točnih odgovora je 0.74) i zadaci usporedbe (prosječna proporcija točnih odgovora je 0.72).

Nadalje, Cummins i sur. (1988, prema Kišak, 1999) su koristeći svih 18 problemskih zadataka utvrdili da su zadaci usporedbe najteži, a slijede zadaci promjene i kombiniranja, koji se međusobno ne razlikuju.

*Tablica 1*  
 Klasifikacija problemskih zadataka zbrajanja i oduzimanja (Riley i Greeno, 1988, prema  
 Vlahović-Štetić, 1996)

Vrsta zadatka	Primjer zadatka	Nepoznata količina	Smjer promjene
<b>Kombiniranje</b>			
K1	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju zajedno?	nadskup	-
K2	Ivan i Tomislav imaju nekoliko pikula. Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula imaju zajedno?	nadskup	-
K3	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima nekoliko pikula. Oni imaju zajedno 8 pikula. Koliko pikula ima Tomislav?	podskup	-
K4	Ivan ima nekoliko pikula. Tomislav ima 5 pikula. Oni imaju zajedno 8 pikula. Koliko pikula ima Ivan?	podskup	-
K5	Ivan i Tomislav imaju zajedno 8 pikula. Ivan ima 3 pikule. Koliko pikula ima Tomislav?	podskup	-
K6	Ivan i Tomislav imaju zajedno 8 Pikula. Ivan ima nekoliko pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan?	podskup	-
<b>Promjena</b>			
P1	Ivan je imao 3 pikule. Onda mu je Tomislav dao 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan sada?	završni skup	uvećanje
P2	Ivan je imao 8 pikula. Onda je dao Tomislavu 5 pikula. Koliko pikula ima Ivan sada?	završni skup	umanjenje
P3	Ivan je imao 3 pikule. Onda mu je Tomislav dao nekoliko pikula. Sada Ivan ima 8 pikula. Koliko mu je pikula dao Tomislav?	mijenjajući skup	uvećanje
P4	Ivan je imao 8 pikula. Onda je dao nekoliko pikula Tomislavu. Sada Ivan ima 3 pikule. Koliko je pikula dao Tomislavu?	mijenjajući skup	umanjenje
P5	Ivan je imao nekoliko pikula. Onda mu je Tomislav dao 5 pikula. Sada Ivan ima 8 pikula. Koliko je pikula Ivan imao u početku?	početni skup	uvećanje
P6	Ivan je imao nekoliko pikula. Onda je dao 5 pikula Tomislavu. Sad Ivan ima 3 pikule. Koliko je pikula Ivan imao u početku?	početni skup	umanjenje
<b>Usporedba</b>			
U1	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula više ima Ivan od Tomislava?	razlika skupova	više
U2	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula. Koliko pikula manje ima Tomislav od Ivana?	razlika skupova	manje
U3	Ivan ima 3 pikule. Tomislav ima 5 pikula više od Ivana. Koliko pikula ima Tomislav?	uspoređeni skup	više
U4	Ivan ima 8 pikula. Tomislav ima 5 pikula manje od Ivana. Koliko pikula ima Tomislav?	uspoređeni skup	manje
U5	Ivan ima 8 pikula. On ima 5 pikula više od Tomislava. Koliko pikula ima Tomislav?	referentni skup	više
U6	Ivan ima 3 pikule. On ima 5 pikula manje od Tomislava. Koliko pikula ima Tomislav?	referentni skup	manje

Vlahović-Štetić (1996) dobiva slične rezultate na učenicima prvog razreda osnovne škole – zadaci usporedbe su značajno teži od zadataka kombiniranja, dok su zadaci promjene između te dvije vrste, ali se ne razlikuju statistički značajno od njih.

Dakle, možemo zaključiti da ovi rezultati pokazuju kako su zadaci usporedbe djeci sustavno najteži, dok za zadatke promjene i zadatke kombiniranja nalazi nisu tako jednoznačni.

No, ispitivanja koja se bave klasifikacijom i utvrđivanjem težine pojedinih vrsta zadataka ne daju odgovore na pitanja zašto su problemski zadaci djeci teški i što uvjetuje razlike u dječjoj uspješnosti u različitim vrstama zadataka. U tu svrhu izgrađeni su različiti modeli koji pokušavaju objasniti procese dječjeg rješavanja problemskih zadataka

#### *Modeli rješavanja problemskih zadataka*

Uradak djece u problemskim zadacima raste u funkciji dobi, tj. kognitivnog razvoja, te je upravo ta činjenica polazište svih modela. Kao najadekvatnije teorijsko objašnjenje takvih razvojnih promjena većina istraživanja oslanja se na Piagetovu teoriju kognitivnog razvoja. Prema Piagetu (prema Vasta, Haith i Miller, 1997), razvoj je reorganizacija znanja u sve složenije kognitivne strukture što omogućuje djetetu sve efikasnije funkcioniranje u problemskim situacijama. Pojedini modeli imaju različite pretpostavke o tome koje su to strukture čiji razvoj omogućuje bolji uspjeh u rješavanju problemskih zadataka.

Postoje dvije glavne struje istraživačkih interesa koje pokušavaju objasniti način i procese rješavanja problemskih zadataka. Jednu grupaciju čine autori koji naglašavaju važnost razvoja matematičko-logičkog znanja i sposobnosti, a važan matematičko-logički model koji predstavlja tu skupinu stvorili su Riley i sur. (1983). Prema ovom modelu uspješnost rješavanja zadatka ovisi o dva faktora:

1. konceptualnom znanju za razumijevanje situacije opisane u zadatku, te
2. strategijama rješavanja zadatka.

Također su razvijeni i opsežni modeli rješavanja svih triju vrsta problemskih zadataka (Riley i Greeno, 1988), a osmišljena je i računalna simulacija rješavanja zadataka kao potvrda tog modela.

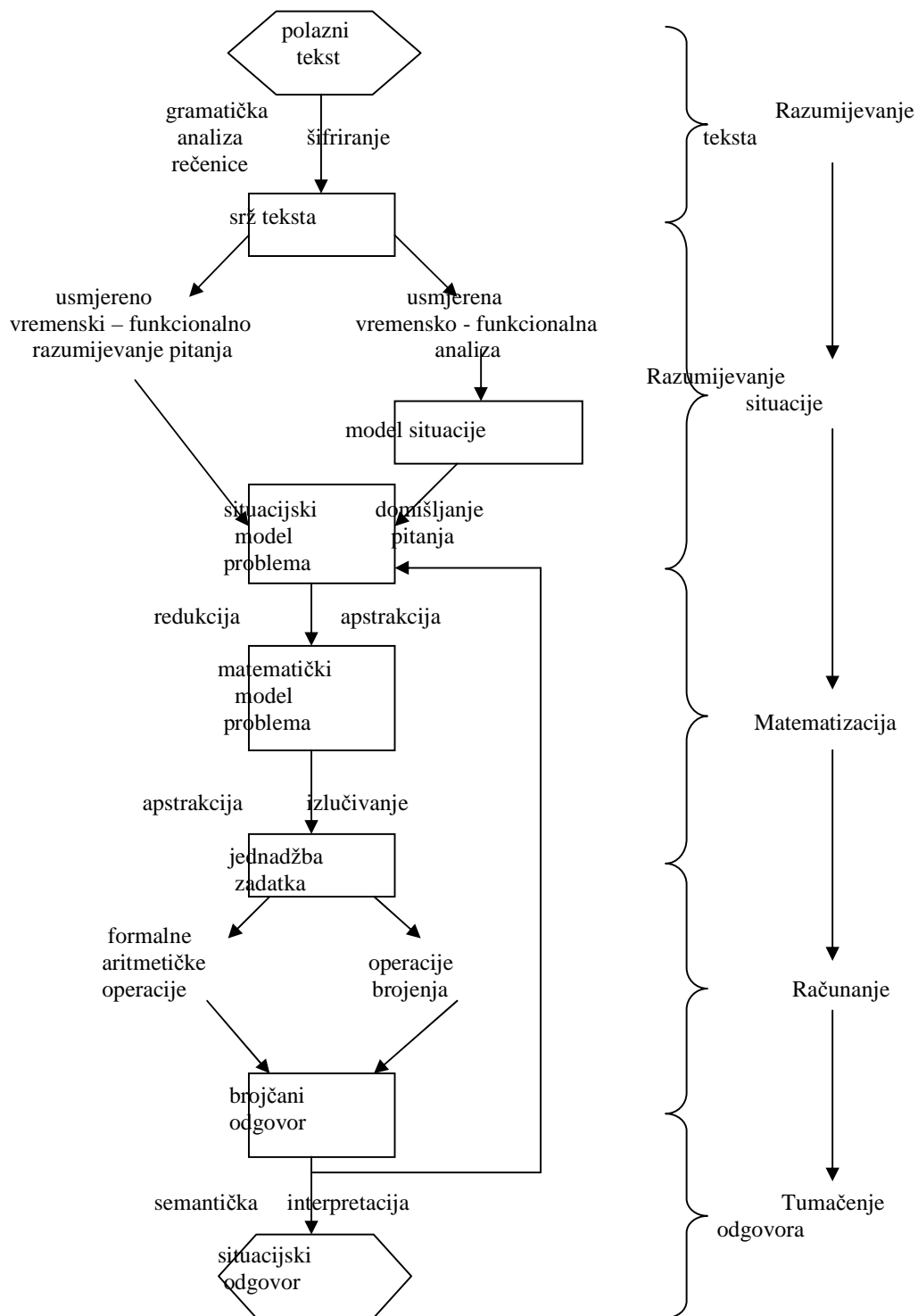
Drugu skupinu čine autori koji za dobro rješavanje problema neophodnim smatraju dječje razumijevanje teksta zadatka i stvaraju tzv. lingvističke modele. Vrlo prihvaćen model u tom području jest Situacija – Problem – Rješavač model (SPR model) Kurta Reussera (1989), a ovo istraživanje provjerava neke njegove postavke.

U većini istraživanja proučavano je apstraktno matematičko-logičko znanje, ali ti matematičko-logički modeli zanemaruju lingvističku i situacijsku komponentu. Reusser smatra da je premalo pažnje posvećeno poznavanju jezika (lingvistički faktor) i znanju o situacijama u stvarnom svijetu (situacijski faktor), te u svom modelu naglašava upravo važnost razumijevanja situacije u zadatku (tj. konstrukcije situacijskog modela problema). To razumijevanje je za rješavača neophodno, a također treba biti naglašeno i u procesu poučavanja. Na rješavanje problemskih zadataka Reusser gleda kao na proces koji ide od teksta preko situacije do računa.

SPR model se sastoji od pet makrostrategija ili razina reprezentiranja teksta: razumijevanje teksta, razumijevanje situacije, matematizacija, računanje i tumačenje odgovora (slika 1). Model kao ulaz uzima zadatak zbrajanja ili oduzimanja, razumije ga i rješava te daje numerički odgovor formuliran u obliku rečenice koja uzima u obzir problemsku situaciju. SPR ima nekoliko razina razumijevanja tj. postupno se produbljuje razumijevanje problema. Ovisno o rješavačevoj vještini, proces rješavanja problemskog zadatka se može razlikovati u broju i kvaliteti razina razumijevanja. Stručnjaku je dovoljan jedan ili dva koraka do rješenja, ali početnik treba proći kroz sve razine razumijevanja.

Reusser je nastojao svoj model potkrijepiti empirijskim podacima. Varirao je načine verbalnog opisivanja zadatka, kao što su poredak spominjanja pojedinih elemenata u zadatku, stupanj tekstualne razrađenosti, postojanje ili nepostojanje pitanja u zadatku i lik koji je djelatna u zadatku (glavni ili sporedni). Pokazalo se da jasniji tekst u zadatku olakšava rješavanje problema i to tako što, pretpostavlja Reusser, vodi do konstrukcije prikladnijih mentalnih situacijskih modela.





Slika 2. Shematski prikaz Reusserova SPR modela rješavanja problemskih zadataka (prema Vlahović-Štetić, 1996).

U istraživanju koje je Reusser (1989) proveo na studentima (N=76) ispitivao je utjecaj povezanosti između likova u priči na brzinu rješavanja problemskih matematičkih zadataka. U jednoj situaciji su svi likovi imali svoje ime, a u drugoj je glavni lik nazvan imenom, a ostali su bili u nekom odnosu prema njemu (baka, mama, brat, sestra, prijatelj i sl.). Zadaci s nepovezanim likovima su bili znatno teži, tj. vrijeme odgovaranja na te zadatke je bilo duže nego kod zadataka s povezanim likovima. Reusser to objašnjava na sljedeći način: kad su likovi povezani, lakše je stvoriti blisku, smislenu priču pa je tako lakše stvoriti situacijski model zadatka. U zadacima s povezanim likovima glavni lik ima svoje ime, a drugi su označeni samo svojim odnosom prema njemu (baka, majka, brat, sestra i sl.) i nemaju imena. Tako je lako identificirati lik koji je nazvan imenom kao relevantan lik i promotriti priču iz njegove perspektive. Reusser zaključuje da je situacijski faktor, povezanost među likovima u zadatku, glavni izvor težine u razumijevanju zadatka.

Mnoga druga istraživanja su također potvrdila Reusserovu pretpostavku o povoljnom djelovanju situacijskog konteksta zadatka na uradak u zadacima (Anand i Ross, 1987; Davis-Dorsey, Ross i Morrison, 1991; Moreau i Coquin-Viennot, 2003; Stern i Lehrndorfer, 1992, prema Vlahović-Štetić, 1996).

Vlahović-Štetić, Rovani i Mendek (2004) su provele istraživanje na tri dobne skupine: djeca predškolske dobi, te učenici prvog i drugog razreda osnovne škole. Korištene su dvije vrste problemskih zadataka (zadaci promjene i usporedbe), te dva situacijska konteksta zadatka (neutralni i smisleniji). Rezultati su, između ostalog, pokazali glavni efekt konteksta, tj. djeca su značajno bolje rješavala zadatke smislenijeg konteksta u odnosu na zadatke neutralnog konteksta.

Ovim istraživanjem željeli smo provjeriti neke postavke Reusserovog SPR modela. Riječ je o longitudinalnom istraživanju koje uspoređuje uradak djece u problemskim zadacima u dvije točke mjerenja, 2004. i 2005. godine.

## **Problemi i hipoteze**

Na temelju postavki SPR modela i brojnih empirijskih nalaza željeli smo provjeriti uspješnost djece u rješavanju problemskih zadataka u funkciji:

- a) razvoja u dvije točke mjerenja
- b) vrste zadatka
- c) konteksta zadatka
- d) interakcije navedenih faktora.

Hipoteze:

*1. Očekujemo da će ukupni dječji uradak biti bolji u drugoj točki ispitivanja.*

Ovu hipotezu smo postavili u skladu s dosadašnjim istraživanjima (Krznarić, 2006; Mendek, 2004; Vlahović-Štetić i sur., 2004; Riley i Greeno, 1988), te postavkama Piagetove teorije kognitivnog razvoja.

*2. Očekujemo da će dječji uradak biti bolji u zadacima promjene nego u zadacima usporedbe.*

Hipoteza se temelji na nalazima iz prijašnjih istraživanja (Krznarić, 2006; Mendek, 2004; Kišak, 1999; Vlahović-Štetić, 1996; Riley i Greeno, 1988).

*3. Očekujemo da će dječji uradak biti bolji u zadacima sa smislenijim kontekstom nego uradak u zadacima s neutralnim kontekstom.*

Hipoteza se temelji na Reusserovom SPR modelu, prema kojem smisleniji kontekst olakšava razumijevanje problema i na taj način poboljšava uradak u zadacima, te na istraživanjima koja potvrđuju postavke tog modela (Reusser, 1989; Stern i Lehrndorfer, 1992, prema Vlahović-Štetić, 1996).

*4. Pretpostavljamo interakciju konteksta i vrste zadataka. S obzirom da su zadaci usporedbe djeci obično najteži, očekuje se da će smisleniji kontekst povoljnije djelovati na uradak u zadacima usporedbe nego na uradak na zadacima promjene.*

Hipotezu postavljamo na temelju istraživanja Vlahović-Štetić (1996), gdje je dobivena značajna interakcija konteksta i vrste zadatka. Autorica je na učenicima prvog razreda osnovne škole za zadatke usporedbe dobila statistički značajnu razliku između smislenijeg i neutralnog konteksta, a za zadatke kombiniranja i promjene nije. Kao objašnjenje ovih rezultata navodi lakoću zadataka kombiniranja i promjene za koje djeci nije koristilo dodatno osmišljavanje.

## Metodologija

U ovom istraživanju longitudinalnog tipa primijenjen je nacrt 2 x 2 x 2 (razvoj djece u 2 točke mjerenja x 2 vrste problemskih zadataka x 2 razine situacijskog konteksta).

### *Varijable*

*Razvoj djece u dvije točke mjerenja* – djeca su bila ispitivana u dva navrata: tijekom travnja i svibnja 2004. godine kada su pohađala drugi razred osnovne škole, te u isto vrijeme 2005. godine, kada su pohađala treći razred.

*Vrsta problemskih zadataka* – u ispitivanju su korišteni zadaci promjene i zadaci usporedbe. Od svake vrste upotrijebljeno je po osam zadataka: od zadataka promjene, po četiri zadatka P3 i četiri zadatka P6, a od zadataka usporedbe, po četiri zadatka U3 i četiri zadatka U5.

*Situacijski kontekst u zadatku* - upotrijebljena su dva situacijska konteksta, neutralan i smisleniji.

U *zadacima s neutralnim kontekstom* imenovana su dva lika, a među njima se odvija neka radnja ili ih se međusobno uspoređuje.

Primjer zadatka: „Ana je imala dvadeset i jednu lutku.

Onda je ona dobila nekoliko lutaka od Danice.

Sada Ana ima dvadeset i sedam lutaka.

Koliko je lutaka Ana dobila od Danice?“

U *zadacima sa smislenijim kontekstom* postoji uvodna rečenica koja daje situacijski okvir zadatku. Jedan lik je imenovan, a drugi je definiran svojim odnosom prema njemu (mama, prijatelj, brat, sestra i sl.).

Primjer zadatka: „Ana se najviše voli igrati lutkama.

Ana je imala dvadeset i jednu lutku.

Onda je ona dobila nekoliko lutaka od svoje starije sestre.

Sada Ana ima dvadeset i sedam lutaka.

Koliko je lutaka Ana dobila od svoje starije sestre?“

*Uradak djece u problemskim zadacima* – za točan odgovor djeca su dobila 1 bod, a za netočan odgovor 0 bodova.

### *Sudionici*

U istraživanju su sudjelovali učenici dviju zagrebačkih osnovnih škola, koji su 2004. godine pohađali drugi razred. U prvoj točki mjerenja (2004.) sudjelovalo je 37 učenika OŠ Ivana Meštrovića i 53 učenika OŠ Gustava Krkleca (N=90). U drugom mjerenju (2005., tada učenici trećih razreda) sudjelovalo je 36 učenika OŠ Ivana Meštrovića i 42 učenika OŠ Gustava Krkleca (N=78). Međutim, iz obrade su izostavljeni rezultati petero djece koji nisu bili potpuni: nisu ispitani s obje vrste konteksta, nisu riješili sve zadatke ili su ispitani neodgovarajućom verzijom protokola sa zadacima (detaljnije objašnjeno u Postupku). Također su iz obrade izbačeni rezultati učenika koji nisu bili ispitani u obje točke mjerenja: za dvoje učenika imali smo rezultate samo iz 2005. godine, dok je osipanje ispitanika bilo znatno – 14 učenika koji su sudjelovali u istraživanju 2004. nisu sudjelovali 2005. godine.

Konačni uzorak tako čini 71 sudionik, 33 djevojčice i 38 dječaka.

### *Pribor*

Pri ispitivanju korišteni su protokoli sa zadacima, listovi za upisivanje odgovora, te diktafoni kojima su snimani odgovori učenika.

Protokoli sa zadacima sadržavali su 16 problemskih zadataka (8 zadataka promjene i 8 zadataka usporedbe), te jedan zadatak kombiniranja (K1) za primjer. Svi zadaci su bili zadaci zbrajanja ili oduzimanja brojeva od 2 do 29, a rezultat se također nalazio unutar tog intervala. Konstruirani su tako da rezultat nikad nije mogao biti broj korišten u zadatku (npr. ne postoji kombinacija  $18 - 9 = 9$ ).

Svaki zadatak je imao dvije verzije koje se razlikuju u veličini korištenih brojeva, kako bi se izbjegla mogućnost da na uspješnost rješavanja djeluje težina računa u određenom zadatku. Tako su postojale A i B verzija protokola sa zadacima.

Osim toga, na uspješnost rješavanja mogao bi djelovati i redoslijed zadataka, pa su zbog toga napravljena tri različita poretka zadataka (1, 2 i 3).

Nadalje, postojala su i dva različita situacijska konteksta zadatka – postojala je forma protokola sa zadacima neutralnog konteksta (N) i forma protokola sa zadacima smislenijeg konteksta (S).

Dakle, kombinacijom dvije verzije zadataka (A i B), tri različita redosljeda zadataka (1, 2 i 3) i dvije forme protokola s obzirom na kontekst (neutralni i smisleniji) dobiveno je 12 različitih protokola sa zadacima.

### *Postupak*

Djeca su ispitivana individualno za vrijeme trajanja nastave, a postupak i korišteni pribor bio je isti u obje točke mjerenja. Eksperimentatorice su bile studentice viših godina psihologije koje su posebno instruirane za provođenje ispitivanja. Na određenoj lokaciji su uvijek bile po tri eksperimentatorice, a svaka je imala protokole s jednim od tri moguća poretka zadataka, te je tako osigurano da se djeci zadaju zadaci različitim poretkom i da bude podjednak broj djece ispitan svakom od ovih verzija.

Svako dijete je u pojedinoj točki mjerenja bilo ispitano u dva navrata: jednom zadacima neutralnog konteksta i jednom zadacima smislenijeg konteksta. Razmak između testiranja istog djeteta zadacima različitog konteksta bio je najmanje dva dana. Polovica sudionika je u prvom navratu ispitana zadacima neutralnog konteksta, a u drugom zadacima smislenijeg konteksta, dok je kod druge polovice primijenjen obrnuti redosljed: u prvom navratu ispitani su zadacima smislenijeg konteksta, a u drugom zadacima neutralnog konteksta. Na taj način se izbjegla mogućnost djelovanja ponavljanja na rezultate testiranja.

U prvom navratu ispitivanja eksperimentatorice su djeci naizmjenično davale A i B verziju protokola sa zadacima. U drugom navratu imale su popis djece i na njima primijenjene verzije protokola (A ili B, neutralni ili smisleniji kontekst), pa su djeci zadavale zadatke iste verzije (A ili B) ali suprotnog konteksta. Primjerice, dijete koje je prvi puta ispitano zadacima neutralnog konteksta, verzijom B, drugi puta je bilo ispitano zadacima smislenijeg konteksta, ponovno verzijom B.

Djeca su ispitivana za vrijeme nastave u školi. Eksperimentatorica bi došla po dijete u razred i odvela ga u posebnu prostoriju predviđenu za provođenje ispitivanja. Eksperimentatorica i dijete su u prostoriji bili sami. Ovisno o djetetu, ispitivanje je trajalo 10 do 20 minuta. Na početku ispitivanja eksperimentatorica se djetetu predstavila, pitala ga za njegovo ime i prezime, dob i razred te u list za odgovore upisala podatke o djetetu, svoje ime i prezime, datum i šifru protokola. Slijedilo je čitanje upute koja je bila standardna:

*„Ovim ispitivanjem želimo otkriti kako djeca rješavaju neke matematičke zadatke. Zato ćemo i tebe zamoliti da nam u tome pomogneš. Hoćeš li?*

*Sada ćeš riješiti nekoliko zadataka. Ja ću ti svaki zadatak pročitati. Ako ti nešto ne bude jasno, možeš me tražiti da ti ponovno pročitam zadatak.*

*Trebaš pažljivo slušati, a kad ja završim sa čitanjem zadatka, razmisli i reci mi svoj odgovor. Ja ću tvoj odgovor zapisati. Znači, ti ne trebaš ništa pisati.*

*Zatim ćeš mi objasniti kako si to izračunao/la.*

*Kad završimo s jednim zadatkom, prijeći ćemo na sljedeći. Neki će zadaci biti lakši, neki teži pa ako ne budeš znao/la odgovor, reci, i prijeći ćemo na sljedeći zadatak.*

*Najprije ćemo zajedno riješiti primjer.“*

Nakon što je eksperimentatorica pročitala primjer i dijete ga riješilo, prešlo se na zadatke predviđene za ispitivanje. Eksperimentatorica je sve odgovore bilježila u individualne listove za odgovore bez ikakvih komentara, te ni na koji način nije smjela pomagati djeci. Cijeli postupak je diktafonom sniman na kazete.

Ako dijete u vremenu od 30 sekundi nakon čitanja zadatka ne bi dalo nikakav odgovor, eksperimentatorica bi dijete upitala može li riješiti taj zadatak. Ako bi dijete odgovorilo da može, pričekalo se još 30 sekundi te se onda išlo dalje, a ako bi odgovorilo da ne može, odmah se prešlo na sljedeći zadatak. Zadatak se učeniku smio čitati najviše tri puta (ako je bilo potrebno), a ako ni nakon trećeg puta nije razumjelo što se od njega traži, prešlo se na idući zadatak. U slučaju da dijete nije znalo odgovoriti na prva četiri zadatka, testiranje bi se prekinulo. Ako je učenik odgovorio na prve zadatke, a onda zakazao negdje u toku testiranja i nije odgovorio na četiri pitanja za redom, eksperimentatorica bi mu dopustila da se malo odmori, te bi nastavila s ispitivanjem. Ako ni tada učenik nije znao dati odgovor na iduća tri pitanja, testiranje se prekinulo.



## Rezultati

### *Središnje vrijednosti i raspršenja rezultata po zadacima*

Prije same analize kojom ćemo pokušati odgovoriti na postavljene probleme, potrebno je osvrnuti se na središnje vrijednosti i raspršenja rezultata po pojedinim zadacima. Tablica 2 prikazuje aritmetičke sredine i standardne devijacije za svaki problemski zadatak u dvije točke mjerenja. Budući da smo točne odgovore bodovali s 1 bod, a netočne s 0 bodova, aritmetičke sredine ujedno predstavljaju i proporcije točnih odgovora.

Uvidom u tablicu 2 možemo zaključiti da su djeca u 3. razredu (2005.) bolje rješavala problemske zadatke nego u 2. razredu (2004.). U ispitivanju 2004. godine najveća proporcija točnih odgovora bila je 0.90 na zadatku U3-Z1 u smislenijem kontekstu, a najmanja proporcija bila je 0.44 na zadatku U5-Z4 također u smislenijem kontekstu. Za ispitivanje 2005. godine proporcije točnih odgovora kreću se u intervalu od 0.63 za zadatak U5-Z2 do 0.94 za zadatke P3-Z1, P3-Z2, U3-Z2, U3-Z3 i U3-Z4 u smislenijem kontekstu, te za zadatak U3-Z4 u neutralnom kontekstu. Analizirajući proporcije točnih odgovora po vrstama zadataka, možemo zaključiti da razlika u točnim odgovorima između zadataka promjene i usporedbe nije tako izražena. Međutim, ističu se vrlo niske središnje vrijednosti za zadatke usporedbe s nepoznatim referentnim skupom (U5) u odnosu na sve ostale zadatke. Ta podvrsta zadataka djeci je bila najteža bez obzira na kontekst i točku mjerenja. Nadalje, analizirajući proporcije točnih odgovora ovisno o kontekstu, nisu dobiveni očekivani jednoznačni trendovi povećanja proporcija u smislenijem kontekstu u odnosu na neutralni kontekst. To naročito vrijedi za zadatke promjene, dok se kod većine zadataka usporedbe može uočiti trend povećanja uspješnosti rješavanja u smislenijem kontekstu u odnosu na neutralni.

Tablica 2

Aritmetičke sredine (M) i standardne devijacije (SD) uratka u pojedinim zadacima promjene i usporedbe za oba konteksta (neutralni i smisleniji) za učenike 2. razreda u prvoj točki mjerenja (2004.), odnosno učenike 3. razreda u drugoj točki mjerenja (2005.), N=71.

Zadatak		2004. (2. razred)		2005. (3. razred)	
		Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst	Neutralni kontekst	Smisleniji Kontekst
P3-Z1	M	.70	.77	.87	.94
	SD	.460	.421	.335	.232
P3-Z2	M	.82	.79	.87	.94
	SD	.390	.411	.335	.232
P3-Z3	M	.75	.72	.92	.92
	SD	.438	.453	.280	.280
P3-Z4	M	.82	.79	.90	.87
	SD	.390	.411	.300	.335
P6-Z1	M	.69	.69	.86	.75
	SD	.466	.466	.350	.438
P6-Z2	M	.72	.70	.83	.89
	SD	.453	.460	.377	.318
P6-Z3	M	.65	.51	.70	.66
	SD	.481	.504	.460	.476
P6-Z4	M	.65	.61	.85	.79
	SD	.481	.492	.364	.411
U3-Z1	M	.77	.85	.87	.93
	SD	.421	.364	.335	.258
U3-Z2	M	.85	.90	.93	.94
	SD	.364	.300	.258	.232
U3-Z3	M	.87	.85	.89	.94
	SD	.335	.364	.318	.232
U3-Z4	M	.80	.86	.94	.94
	SD	.401	.350	.232	.232
U5-Z1	M	.55	.58	.66	.72
	SD	.501	.497	.476	.453
U5-Z2	M	.54	.56	.63	.66
	SD	.502	.499	.485	.476
U5-Z3	M	.49	.58	.69	.68
	SD	.504	.497	.466	.471
U5-Z4	M	.48	.44	.70	.66
	SD	.503	.499	.460	.476
UKUPNO		M .70		M .82	
		SD .222		SD .135	

### *Provjera razlike u uratku u problemskim zadacima s obzirom na rod*

Prema nalazima iz literature (Hyde, Fennema i Lamon, 1990) na uzrastu od 5 do 10 godina nema razlike između dječaka i djevojčica u uratku u problemskim matematičkim zadacima. Na osnovu toga ne očekujemo da će se pojaviti razlika u uratku ovisno o rodu, ali ipak smo to provjerili kako bismo mogli zajedno analizirati podatke djevojčica (N=33) i dječaka (N=38).

U tu svrhu provedena je složena analiza varijance s djelomično zavisnim uzorkom koja je pokazala da se djevojčice i dječaci ne razlikuju u uratku u problemskim zadacima ( $F(1,69)=1.041$ ;  $p=.311$ ).

### *Provjera utjecaja dječjeg razvoja, vrste zadatka i situacijskog konteksta na uradak u problemskim zadacima*

Istraživanje je provedeno na istim sudionicima u dvije točke mjerenja, 2004. i 2005. godine. Mjeren je uradak djece u dvije vrste problemskih zadataka koji su bili zadani u dva različita situacijska konteksta. Riječ je o nacrtu istraživanja  $2 \times 2 \times 2$  (razvoj djece u dvije točke mjerenja  $\times$  dvije vrste zadatka  $\times$  dva situacijska konteksta zadatka).

S obzirom na nacrt istraživanja i postavljene probleme, najprimjereniji postupak za obradu podataka je postupak analize varijance za zavisne rezultate. Kako se testiranjem normaliteta distribucija Kolmogorov-Smirnovljevim testom pokazalo da distribucije rezultata nisu normalne, nije u potpunosti opravdano koristiti parametrijsku statistiku za testiranje razlika među rezultatima. Međutim, ipak smo smatrali opravdanim koristiti analizu varijance iz nekoliko razloga. Naime, prema Petzu (2002), uvjet normalnosti distribucija može biti prekršen ukoliko su distribucije međusobno slične u odstupanju od normalne raspodjele, a naše distribucije su asimetrične na sličan način, odnosno, negativno su asimetrične. Osim toga, zanimaju nas interakcije među varijablama koje nije moguće ispitati neparametrijskom statistikom, pa smo ipak odlučili primijeniti ovu parametrijsku metodu.

U tablici 3 prikazane su aritmetičke sredine i standardne devijacije rezultata u dvije točke mjerenja za zadatke promjene i zadatke usporedbe u različitim vrstama konteksta, dok su u tablici 4 prikazani rezultati analize varijance za zavisne rezultate koju smo proveli

kako bismo provjerili utjecaj dječjeg razvoja, vrste zadatka i vrste konteksta na uradak u problemskim zadacima.

*Tablica 3*

Aritmetičke sredine (M) i standardne devijacije (SD) uratka u problemskim zadacima promjene (P) i usporedbe (U) u dva situacijska konteksta za učenike 2. razreda (prva točka mjerenja, 2004.g.), te učenike 3. razreda (druga točka mjerenja, 2005.g.), N=71.

Vrsta zadatka	2004. g. (2. razred)		2005. g. (3. razred)		Ukupno	
	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst		
P	M	5.79	5.58	6.80	6.76	24.93
	SD	1.971	2.162	1.305	1.177	5.211
U	M	5.35	5.61	6.32	6.48	23.76
	SD	2.331	2.094	1.747	1.529	6.334
	M	22.32		26.37		
	SD	7.091		4.320		

	Neutralni kontekst	Smisleniji kontekst
M	24.27	24.42
SD	5.623	5.317

*Tablica 4*

Rezultati analize varijance za zavisne rezultate za istraživački nacrt 2 x 2 x 2 (razvoj djece u dvije točke mjerenja x dvije vrste zadatka x vrsta konteksta u zadatku).

<i>Izvor varijabiliteta</i>	<i>F</i>	<i>df</i>	<i>p</i>
Razvoj djece u dvije točke mjerenja	40.305	1/70	.001**
Vrsta zadatka	3.811	1/70	.055
Kontekst	0.159	1/70	.691
Razvoj x vrsta zadatka	0.683	1/70	.411
Razvoj x konteksta	0.030	1/70	.862
Vrsta zadatka x kontekst	4.863	1/70	.031*
Razvoj x vrsta zadatka x kontekst	0.516	1/70	.475

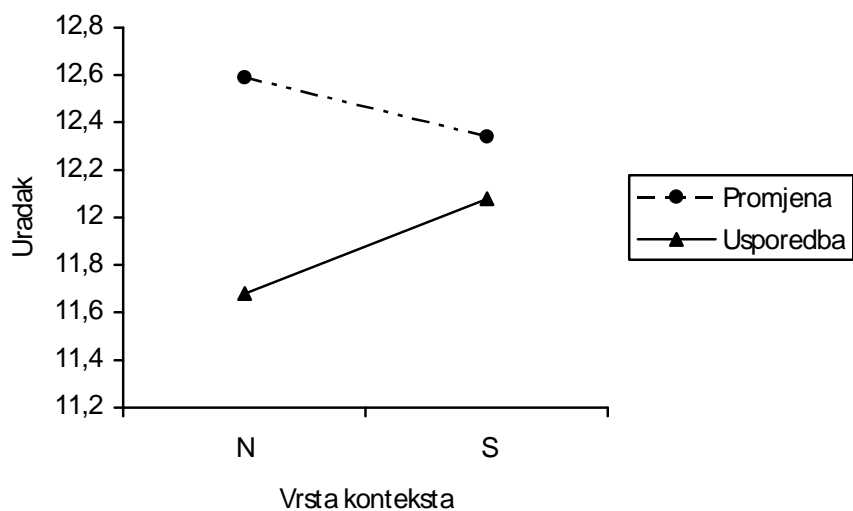
\*\* $p < .01$ ; \* $p < .05$

Iz tablice 4 je vidljivo da je složenom analizom varijance za zavisne rezultate dobiven značajni glavni efekt razvoja djece u dvije točke mjerenja ( $F(1,70)=40.305$ ;  $p<.01$ ). Uradak učenika u problemski zadacima 2005. godine ( $M=26.37$ ,  $SD=4.320$ ) značajno je bolji od njihovog uratka prilikom ispitivanja 2004. godine ( $M=22.32$ ,  $SD=7.091$ ).

Glavni efekt vrste problemskih zadataka se nije pokazao značajnim ( $F(1,70)=3.811$ ;  $p=.055$ ). Dakle, uradak na zadacima promjene ( $M=24.93$ ,  $SD=5.211$ ) ne razlikuje se značajno od uratka na zadacima usporedbe ( $M=23.76$ ,  $SD=6.334$ ).

Glavni efekt situacijskog konteksta se također nije pokazao značajnim ( $F(1,70)=0.159$ ;  $p=.691$ ). Uradak u zadacima neutralnog konteksta ( $M=24.27$ ,  $SD=5.623$ ) ne razlikuje se značajno od uratka u zadacima smislenijeg konteksta ( $M=24.42$ ,  $SD=5.317$ ).

Jedina značajna interakcija koja je u našem istraživanju dobivena jest interakcija vrste problemskih zadataka i situacijskog konteksta, a njezin grafički prikaz nalazi se na slici 2.



Slika 2. Grafički prikaz interakcije konteksta (neutralni i smisleniji) i vrste problemskih zadataka.

U tablici 5 su prikazani prosječne vrijednosti uradaka i raspršenja rezultata u dvije vrste problemskih zadataka s obzirom na korišteni situacijski kontekst.

*Tablica 5*

Aritmetičke sredine (M) i standardne devijacije (SD) uratka u dvije vrste problemskih zadataka (zadaci promjene i zadaci usporedbe) s obzirom na korišteni situacijski kontekst (neutralni i smisleniji), N=71.

Kontekst	Vrsta zadatka		
		Promjena	Usporedba
Neutralni	M	12.59	11.68
	SD	2.745	3.532
Smisleniji	M	12.34	12.08
	SD	2.858	3.111

Primjenom t-testova za zavisne uzorke provjereno je među kojim kombinacijama vrste problemskih zadataka i situacijskog konteksta postoje statistički značajne razlike u uratku. Jedina razlika koja se pokazala značajnom jest ona između uradaka na zadacima promjene i na zadacima usporedbe za neutralni kontekst ( $t(70)=2.645$ ;  $p=.010$ ). Dakle, pokazalo se da su zadaci promjene neutralnog konteksta statistički značajno lakši ( $M=12.59$ ,  $SD=2.745$ ) u odnosu na zadatke usporedbe neutralnog konteksta ( $M=11.68$ ,  $SD=3.532$ ).

## Rasprava

### *Uradak djece u problemskim zadacima*

Problemski zadaci kojima su djeca ispitana razlikovali su se s obzirom na vrstu (zadaci promjene i zadaci usporedbe) i s obzirom na situacijski kontekst korišten u zadatku (neutralni i smisleniji). U ovom istraživanju podaci su prikupljeni longitudinalno – ista djeca su ispitana dvije godine za redom (2004. i 2005. godine).

Rezultati većine istraživanja pokazuju da u rješavanju problemskih zadataka nema rodni razlika na osnovnoškolskom uzrastu (Hyde i sur., 1990). Ipak, odlučili smo provjeriti postoji li utjecaj roda na rješavanje problemskih zadataka, kako bismo bili sigurni da možemo objediniti rezultate djevojčica i dječaka. Pokazalo se da nema razlike u uratku između djevojčica i dječaka.

U tablici 2 prikazani su prosječni uradci (tj. proporcije točnih odgovora) djece na pojedinačnim zadacima. Naše podatke usporedit ćemo s nalazima u literaturi pazeći pri tom da uspoređujemo podatke za djecu iste dobi. Proporcije točnih odgovora dobivene 2004. godine, kad su učenici pohađali drugi razred, slične su podacima koje navode Riley i Greeno (1988) za učenike drugog razreda, ali samo za zadatke promjene. Naime, u tom istraživanju proporcija točnih odgovora za zadatak P3 bila je .80, dok se proporcije za isti zadatak u našem istraživanju kreću od .70 do .82. Nadalje, za zadatak P6 navode proporciju točnih odgovora .65, a u našem istraživanju ta se proporcija kretala u intervalu od .51 do .72. Međutim, za zadatke usporedbe postoje veće razlike. Za zadatak U3 Riley i Greeno (1988) navode proporciju točnih odgovora .60, dok je kod nas raspon proporcija za taj zadatak od .77 do .90. Nadalje, za zadatak U5 navode proporciju točnih odgovora od .35, dok su kod nas te proporcije veće i kreću se u intervalu od .44 do .58.

Riley i Greeno (1988) također navode podatke istraživanja koje su proveli Hendrickson i Thompson (1986) na učenicima drugog, trećeg, četvrtog i petog razreda. Uspoređujući naše podatke dobivene u prvoj točki mjerenja s njihovima dobivenim na učenicima drugog razreda, možemo uočiti da se njihove proporcije točnih odgovora za zadatke usporedbe ( $U3=.79$ ,  $U5=.50$ ) poklapaju s našim rasponom za istu vrstu zadataka.

Veće su razlike za zadatke promjene. Proporcije točnih odgovora koje oni navode za zadatke promjene (P3=.42, P6=.47) dosta su niže od onih dobivenih u našem istraživanju.

Uspoređujući podatke dobivene 2005. godine (kad su učenici pohađali treći razred) s nalazima iz literature možemo zaključiti da postoji dosta dobro preklapanje naših rezultata s rezultatima koje navode Riley i Greeno (1988). Oni su zabilježili sljedeće proporcije točnih odgovora za pojedine zadatke za taj uzrast: P3=.95, P6=.90, U3=.90 i U5=.75. Rasponi proporcija točnih odgovora dobivenih u našem istraživanju su: za zadatak P3 interval proporcija točnih odgovora se kreće od .87 do .94; za P6 - od .66 do .89; za U3 - od .87 do .94, a za zadatak U5 – od .63 do .72. Nadalje, u usporedbi s podacima dobivenim u istraživanju Hendricksona i Thompsona (1986, prema Riley i Greeno, 1988), možemo uočiti da su proporcije točnih odgovora za pojedine zadatke u našem ispitivanju znatno veće. Ti autori za učenike trećeg razreda navode sljedeće proporcije točnih odgovora za pojedine zadatke: P3=.50, P6=.63, U3=.80 i U5=.64.

#### *Usporedba uratka djece u dvije točke mjerenja*

Već je na osnovu proporcija uratka u pojedinim zadacima uočena razlika između rezultata u dvije točke ispitivanja. Izvršena analiza podataka pokazala je da je uradak djece dobiven 2005. godine značajno bolji od njihovog uratka dobivenog prilikom ispitivanja 2004. godine.

Ovakav rezultat u skladu je s dosadašnjim istraživanjima (Krnarić, 2006; Mendek, 2004; Riley i Greeno, 1988; Vlahović-Štetić i sur., 2004), ali i Piagetovom teorijom kognitivnog razvoja. Prema Piagetu, djeca u dobi od 7 do 11 godina nalaze se u fazi konkretnih operacija kada se razvija logička manipulacija mentalnim reprezentacijama. Tijekom razvoja mišljenje djeteta postaje sve logičnije, te raste složenost operacija kojima dijete može baratati. Pretpostavljamo da su kroz godinu dana djeca razvila neke složenije obrasce mišljenja koji su im omogućili uspješnije rješavanje problemskih zadataka zbrajanja i oduzimanja.

Na razvojne promjene u uspješnosti rješavanja problema djeluju mnogi kognitivni faktori, kao što su sposobnost čitanja, stjecanje znanja (koje omogućuje bolje razumijevanje osnovnih aritmetičkih i brojevanih koncepata) i strategija rješavanja problema, razvoj radnog



pamćenja, te sposobnost reprezentacije problema (prema Geary, 1994). Budući da Reusserov model (1989) ne ističe dobne razlike u dječjoj uspješnosti, nego prvenstveno naglašava ulogu situacijskog konteksta koji dovodi do boljeg rješavanja problemskih zadataka, drugi modeli su nam se činili prikladnijima za objašnjenje dobivenih razvojnih promjena. Primjerice, matematičko-logički model M. S. Riley uzima u obzir neke od nabrojanih kognitivnih faktora. Prema ovom modelu uspješnost rješavanja zadatka ovisi o konceptualnom znanju za razumijevanje situacije opisane u zadatku i o strategijama rješavanja zadatka. Možemo pretpostaviti da su djeca kroz godinu dana razvila razrađeniije strategije rješavanja problema, kao i usvojila veću količinu konceptualnog znanja potrebnog za bolji uspjeh.

#### *Uradak djece u problemskim zadacima različite vrste*

Djeca su ispitana sa 16 zadataka promjene i sa 16 zadataka usporedbe u svakoj točki ispitivanja. Analiza rezultata je pokazala da zadaci usporedbe nisu statistički značajno teži od zadataka promjene, što je suprotno našim očekivanjima. Ovakav rezultat nije u skladu s podacima drugih empirijskih istraživanja (Kišak, 1999; Krznarić, 2006; Mendek, 2004; Riley i sur., 1983; Vlahović-Štetić, 1996; Vlahović-Štetić i sur., 2004).

Ovisno o modelu, različite su hipoteze o tome postoje li razlike među pojedinim vrstama zadataka. Prema matematičko-logičkim modelima (Riley i sur., 1983; Riley i Greeno, 1988) različiti zadaci zahtijevaju različite razine matematičkog znanja. Na najnižoj razini su zadaci kombiniranja, dok su zadaci promjene i usporedbe na višim razinama znanja. Prema Riley i sur. (1983), zadaci korišteni u našem istraživanju (zadaci promjene - P3 i P6, te zadaci usporedbe - U3 i U5) zahtijevaju iste razine znanja, te se među njima ne očekuje razlika. Iz toga možemo zaključiti da su naši nalazi u skladu s Rileyinim matematičko-logičkim modelom.

S druge strane, lingvistički modeli smatraju određena matematička znanja nužnima, ali, po njima, presudni faktor koji objašnjava razlike u težini pojedinih zadataka jest nerazumijevanje riječi i fraza u tekstu (prema Reusser, 1989; Verschaffel i De Corte, 1993). Dakle, djeci su neki zadaci teži jer ne razumiju složen jezik u zadatku ili zato što ne

razumiju situaciju o kojoj se u zadatku radi. Učenici u našem istraživanju nisu pokazali veće poteškoće u interpretaciji zadataka usporedbe u odnosu na zadatke promjene.

#### *Uradak u problemskim zadacima različitog situacijskog konteksta*

Prema postavkama Reusserovog modela (1989) dodatno osmišljavanje situacije u zadatku olakšava stvaranje situacijskog modela problema u fazi razumijevanja situacije i time omogućuje bolji uradak. Na tome smo utemeljili hipotezu da će uradak djece u zadacima smislenijeg konteksta biti bolji od uratka u zadacima neutralnog konteksta. Smisleniji kontekst u našem ispitivanju postignut je dodavanjem uvodne rečenice na početku zadatka, kojom se radnju zadatka smješta u neki širi okvir, te zamjenom imena jednog lika njegovim odnosom prema liku koji je imenovan (npr. brat, sestra, prijatelj, mama). U zadacima neutralnog konteksta imenovana su dva lika, a među njima se odvija neka radnja ili ih se međusobno uspoređuje.

Analiza rezultata je pokazala da se uradak u zadacima neutralnog konteksta ne razlikuje značajno od uratka u zadacima smislenijeg konteksta. Ovakav ishod nije u skladu s polaznom hipotezom koja se temeljila na postavkama Reusserovog modela.

Potvrde naše hipoteze pronalazimo i u prijašnjim empirijskim istraživanjima (Anand i Ross, 1987; Davis-Dorsey i sur., 1991; Reusser, 1989; Stern i Lehrndorfer, 1992, prema Vlahović-Štetić, 1996; Vlahović-Štetić i sur., 2004) tako da ne možemo zaključiti kako smisleniji kontekst ne djeluje pozitivno na dječji uradak.

Međutim, moguće je da način dodatnog osmišljavanja konteksta zadataka u našem istraživanju nije bio dovoljno obogaćujući da bi pridonio boljem razumijevanju situacije. U mnogim istraživanjima korišten je drukčiji način osmišljavanja, a to je individualizacija zadataka (Anand i Ross, 1987; Davis-Dorsey i sur., 1991; Reusser, 1989; Stern i Lehrndorfer, 1992, prema Vlahović-Štetić, 1996). Pri tome se u zadatku koristi ime djeteta koje rješava zadatak, imena njegovih prijatelja, njegovi interesi, stvari koje voli i sl. Takav način možda bolje povezuje zahtjeve zadatka sa stvarnim iskustvom djeteta, što olakšava razumijevanje i rješavanje problemskih zadataka.

Faktor koji je također mogao djelovati na naše rezultate jest težina zadataka. Istraživanjima je utvrđen sljedeći trend: ako su djeci zadaci prelagani ili preteški, tada pri

rješavanju problemskih zadataka ne profitiraju od smislenijeg konteksta. U istraživanju Vlahović-Štetić (1996) se utjecaj situacijskog konteksta nije pojavio kod zadataka promjene i kombiniranja koji su djeci bili relativno lagani, ali se pojavio kod zadataka usporedbe koji su djeci bili teži. Autorica objašnjava da u laganim zadacima djeca razumiju situaciju i ako griješe to je zbog teškoća u nekoj drugoj makrostrategiji, a ne u razumijevanju situacije. Nadalje, u istraživanju Mendekove (2004) na predškolskom djecom i učenicima prvog razreda osnovne škole također nije utvrđen utjecaj smislenijeg konteksta na uradak u problemskim zadacima. Ona pak rezultate objašnjava na sljedeći način: zadaci su djeci bili preteški, pa ako djeca nisu savladala osnovne aritmetičke operacije ili nemaju osnovna matematičko-logička znanja, dodatno osmišljavanje im ne može pomoći jer će ona i dalje griješiti u fazi računanja ili matematizacije. Inspekcijom naših rezultata možemo zaključiti da su učenici u obje vremenske točke ispitivanja bili relativno uspješni u rješavanju problemskih zadataka: proporcija točnih odgovora 2004. godine iznosi .70, a 2005. godine .82 (vidi tablicu 2). Taj nalaz nas navodi na pretpostavku da su djeci korišteni problemski zadaci bili dosta lagani, te su ih mogli pravilno razumjeti i riješiti bez dodatnog osmišljavanja situacije.

#### *Interakcija vrste problemskih zadataka i situacijskog konteksta zadatka*

Analizom rezultata utvrđena je značajna interakcija vrste zadataka i situacijskog konteksta. Pokazalo se da su zadaci promjene neutralnog konteksta statistički značajno lakši u odnosu na zadatke usporedbe neutralnog konteksta, dok se za zadatke smislenijeg konteksta takva razlika nije pokazala. Smjer ove interakcije nije u skladu s našim očekivanjima. S obzirom da su zadaci usporedbe djeci obično najteži, naša polazna hipoteza je bila da će smisleniji kontekst povoljnije djelovati na uradak u zadacima usporedbe nego na uradak u zadacima promjene. Dakle, u usporedbi s zadacima usporedbe neutralnog konteksta očekivali smo da će uradak u zadacima usporedbe smislenijeg konteksta biti statistički značajno bolji.

Ako promotrimo sliku 2 i tablicu 5, možemo uočiti da pojedinačni trendovi rezultata nisu tako neočekivani. Dobivena statistički značajna razlika između zadataka promjene i usporedbe neutralnog konteksta u skladu je s nalazima u literaturi kako su zadaci usporedbe

djeci obično najteži problemski zadaci. Nadalje, vidimo da uradak u zadacima usporedbe neutralnog konteksta ima nižu prosječnu vrijednost nego uradak u zadacima usporedbe smislenijeg konteksta. Dakle, postoji određeni trend povećanja prosječnog uratka u zadacima usporedbe smislenijeg konteksta, ali to povećanje nije uspjelo dostići razinu statističke značajnosti. Gledajući zadatke promjene, vidimo da je uspjeh u toj vrsti zadataka podjednak u različitim vrstama konteksta. Moguće je da su zadaci promjene dovoljno lagani da situacijski kontekst nema djelovanja na njihovo razumijevanje, jer ih učenici ionako uspješno rješavaju. S druge strane, moguće objašnjenje jest da naš način konstrukcije smislenijeg konteksta nije bio dovoljno obogaćujući da bi mogao doprinijeti boljem rješavanju zadataka. No, očito je da se nazire mogućnost djelovanja situacijskog konteksta na zadatke usporedbe. To povećanje uspješnosti isključivo na zadacima usporedbe smislenijeg konteksta, a ne i na zadacima promjene smislenijeg konteksta, umanjilo je razliku između uradaka na te dvije vrste zadataka, pa je naša pretpostavka da se zbog toga glavni efekt vrste zadatka nije mogao odraziti u našim rezultatima, iako je takva razlika u zadacima neutralnog konteksta pronađena.

Generalno je stajalište da jasniji kontekst poboljšava uradak djece u problemskim zadacima. Međutim, nameće se pitanje načina konstrukcije takvog smislenijeg konteksta. Naši rezultati ukazuju na to da učenici drugih, odnosno trećih razreda osnovne škole ne profitiraju značajno od jednostavnijeg postupka kreacije smislenijeg konteksta korištenog u našem istraživanju. Zanimljivo bi bilo vidjeti kako bi složeniji postupak kroz individualizaciju zadataka djelovao na uspješnost rješavanja problemskih zadataka. No, jasno je da je pri takvom dodatnom osmišljavanju potrebno poznavati neke osobne podatke o djetetu, kao što su njegovo ime, imena prijatelja, hobiji, stvari koje voli i sl., te onda te podatke uvrstiti u formulaciju problema. Možda bi takav smisleniji kontekst mogao u većoj mjeri privući pažnju djece, koja je nužna za izvođenje ovakvih zahtjevnih kognitivnih aktivnosti.

## **Zaključak**

Cilj ovog istraživanja je bio provjeriti uspješnost djece u rješavanju problemskih matematičkih zadataka u funkciji razvoja, vrste zadatka i situacijskog konteksta, te pri kombinaciji navedenih činitelja . U istraživanju je sudjelovao 71 učenik, a ispitanici su u prvoj vremenskoj točki mjerenja (2004.) pohađali drugi razred osnovne škole, dok su u drugoj točki mjerenja (2005.) pohađali treći razred.

Rezultati su pokazali da su učenici u drugoj točki mjerenja (2005. godine) bili značajno uspješniji u rješavanju problemskih zadataka nego godinu dana ranije (2004. godine) ( $F(1,70)=40.305$ ;  $p<.01$ ), što je u skladu s našim očekivanjima.

Analize su pokazale da nema razlike u uspješnosti rješavanja zadataka promjene i zadataka usporedbe ( $F(1,70)=3.811$ ;  $p=.055$ ), što je nije u skladu s našim očekivanjima.

Nadalje, nije se utvrdilo povoljno djelovanje smislenijeg konteksta problemskih zadataka na uspješnost njihovog rješavanja ( $F(1,70)=0.159$ ;  $p=.691$ ).

Interakcija između vrste problemskih zadatka i situacijskog konteksta se pokazala statistički značajnom ( $F(1,70)=4.863$ ;  $p<.05$ ). Utvrđeno je da su djeci zadaci usporedbe neutralnog konteksta statistički značajno teži od zadatka promjene neutralnog konteksta.

## Literatura

- Anand, P.G. i Ross, S.M. (1987). Using computer-assisted instruction to personalize arithmetic materials for elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, 79(1), 72-78.
- Davis–Dorsey, J., Ross, S.M. i Morrison, G.R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 83(1), 61-68.
- Geary, D.C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC, US: American Psychological Association.
- Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical difference between disjoint sets. *Child Development*, 54, 84-90.
- Hyde, J.S., Fennema, E. i Lamon, S.J. (1990). Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2) 139-155.
- Kišak, M. (1999). *Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka promjene i usporedbe – provjera postavki matematičko–logičkog modela*. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
- Krznarić, M. (2006). *Usporedba uspješnosti dječjeg rješavanja problemskih matematičkih zadataka u dvije vremenske točke istraživanja*. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
- Moreau, S. i Coquin-Viennot, D. (2003). Comprehension in arithmetic word problems by fifth-grade pupils: Representations and selection of information. *British Journal of Educational Psychology*, 73, 109-121.
- Mendek, Ž. (2004). *Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka kod predškolaca i učenika 1. razreda osnovne škole*. Neobjavljeni diplomski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
- Petz, B. (2002). *Osnovne statističke metode za nematematičare*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Reed, S.K. (1999). *Word problems: Research and curriculum reform*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Reusser, K. (1989). Textual and situational factors in solving mathematical word problems. *Research Rep. No 7*. Bern: Universität Bern.

- Riley, M.S. i Greeno, J.G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5, 49-101.
- Riley, M.S., Greeno, J.G. i Heller, J.J. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. Ginsburg, H.P. (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking*, pp. 153-196. New York: Academic Press.
- Vasta, R., Haith, M.M. i Miller, S.A. (1997). *Dječja psihologija*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Verschaffel, L. i De Corte, E. (1993). A decade of research in word problem solving in Leuven: theoretical, methodological and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5(3), 239-257.
- Vizek-Vidović, V., Rijavec, M., Vlahović-Štetić, V. i Miljković, D. (2003). *Psihologija obrazovanja*. Zagreb: IEP: VERN
- Vlahović-Štetić, V. (1996). *Problemski matematički zadaci i uspješnost njihova rješavanja u početku školovanja*. Neobjavljeni doktorski rad. Zagreb: Odsjek za psihologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.
- Vlahović-Štetić, V. i Vizek-Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš... - psihološki aspekti početnog poučavanja matematike – priručnik za učitelje*. Zagreb: Udruga roditelja "Korak po korak".
- Vlahović-Štetić, V., Kišak, M. i Vizek-Vidović, V. (2000). Uspješnost rješavanja problemskih matematičkih zadataka–provjera matematičko-logičkog modela. *Suvremena psihologija*, 3(1-2), 49-66.
- Vlahović-Štetić, V., Rovani, D. i Mendek, Ž. (2004). The role of students' age, problem type and situational context in solving mathematical word problems. *Review of Psychology*, 11(1-2), 25-33.